Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
se da $\vec{E}$ y se pide «valor y signo de la carga»	carga a partir del campo	5.3.8
«placas planas y paralelas», «campo entre las placas»	campo uniforme	5.3.9

5.3 Procedimientos · Parte A

5.3.1 Fuerza de Coulomb con varias cargas

1. Escribe las coordenadas de cada carga y del punto **en metros** (cm entre 100).
2. Para cada par, obtén r y la dirección: en la repulsión la carga se aleja; en la atracción se acerca.
3. Calcula la magnitud $F = k|q_1 q_2|/r^2$ y asígnale su unitario ($\hat{\imath}$, $-\hat{\jmath}$…).
4. Suma por componentes.

5.3.2 Campo eléctrico

1. $\vec{r}$ = punto − carga; $r = |\vec{r}|$; $\hat{r} = \vec{r}/r$.
2. $\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}$ **con el signo de** q: así el campo de una carga negativa sale automáticamente hacia ella.
3. Si se forma un triángulo 3-4-5, el unitario es del tipo $\hat{r} = \frac{(3,-4)}{5}$; es muy frecuente.

5.3.3 Potencial

1. Calcula $V = k\frac{q}{r}$ con signo para cada carga y suma.
2. Diferencia de potencial: $V_{AB} = V_A - V_B = kq\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$ por cada carga.

5.3.4 Capacitor de placas paralelas

1. $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$, con d en metros (0.1 mm = 10^{-4} m).
2. $V = \frac{q}{C}$.
3. Si cambia C con la misma carga, calcula $d = \frac{\varepsilon_0 A}{C}$ y $V = \frac{q}{C}$ en cada caso y compara.

5.3.5 Fuerza magnética sobre una carga

1. Escribe $\vec{v}$ y $\vec{B}$ en componentes y en unidades del SI.
2. Calcula $\vec{v} \times \vec{B}$ con el determinante $\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$ o con los productos de los unitarios.
3. Multiplica por q **con su signo** (el electrón es negativo).

5.3.6 Campo de un alambre recto

1. $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, con r la distancia perpendicular al alambre.
2. Dirección con la regla de la mano derecha.
3. Si se pide la fuerza sobre un tramo de alambre: $\vec{F} = I\,\vec{\ell} \times \vec{B}$.

- estado 4: 77 000 Pa, 8×10^{-3} m³.

Determine:

- a) la masa;
- b) la temperatura de cada estado;
- c) el trabajo neto;
- d) el calor suministrado;
- e) la eficiencia.

Resultado: $m = 8.333 \times 10^{-4}$ kg; $T_1 = 321.95$, $T_2 = 1254.36$, $T_3 = 10\,034.8$, $T_4 = 2575.6$ K; $W_{neto} = -1561$ J; $Q_{sum} = 7903.5$ J; $\eta = 0.1975$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

Ejercicio propuesto 2.6.4

Adaptado de: segundo examen final 2019-1, problema 2 a).

Por un conducto circula aire. A la entrada: 30 m/s, $d = 0.025$ m, 5 bar y 320 K. Determine el flujo másico. (El inciso b) está en la Unidad 3, ejercicio 3.6.5.)

Resultado: 0.0802 kg/s.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

2.7 Errores frecuentes

1. **Temperatura en °C dentro de** $PV = mRT$**.** Siempre en kelvin.
2. **Signo del trabajo:** con $W = -\int P\,dV$ la expansión da W **negativo**. Si en una expansión sale positivo, revisa el signo.
3. **Presión manométrica en** $PV = mRT$**:** se usa la absoluta.
4. **Logaritmo invertido:** es $\ln \frac{V_{final}}{V_{inicial}}$.
5. c_p **contra** c_v**:** c_p solo para Q isobárico (y Δh); ΔU siempre con c_v.
6. Q_{sum} es solo el calor que **entra** (positivo), no la suma de todos.
7. **Rueda de paletas a** P **constante:** hay **dos** trabajos, el de eje (+) y el de expansión ($-P\Delta V$).
8. **Resistor:** es calor o trabajo según dónde se ponga la frontera del sistema; hay que decirlo por escrito.
9. **Datos de más:** el ejercicio 2.5.6 da T_1 y no se usa. No hay que forzar el uso de todos los datos.
10. **Moles contra kilogramos:** con n se usa $R_u = 8.314$; para $\Delta U = mc_v\Delta T$ se pasa a masa con $m = nR_u/R$.
11. **Unidades en sistemas abiertos:** Δh en J/kg al combinarlo con $v^2/2$, y diámetros (no radios) en $A = \pi d^2/4$.

2.8 Formulario de emergencia de la unidad

- $PV = mRT \cdot Pv = RT \cdot PV = nR_uT \cdot T[\text{K}] = T[^\circ\text{C}] + 273.15 \cdot v = V/m = 1/\rho \cdot m = nR_u/R$
- Aire: $R = 287$, $c_p = 1005$, $c_v = 718$ J/(kg K) (resoluciones de 2012 a 2014: 286.7, 1003.7, 717) · $R_u = 8.314$ J/(mol K) · $c_p - c_v = R$

Unidad 5 · Electromagnetismo — Parte A: electrostática y fuerza sobre cargas en movimiento

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno conocerá los conceptos y leyes que le permitan comprender algunos de los fenómenos eléctricos y magnéticos, haciendo énfasis en los antecedentes necesarios para el análisis de circuitos eléctricos.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 7 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014, y también en los finales de 2019 y 2020.
- **Alcance:** esta Parte A cubre la ley de Coulomb, el campo y el potencial eléctricos, el capacitor de placas paralelas y la fuerza magnética sobre cargas en movimiento. La Parte B (campo magnético e inductancia) viene a continuación.
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas para esta parte.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 5.1 (15 min).
  2. Sigue el ejemplo 5.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 5.5 con cronómetro (20 min cada uno).

5.1 Conceptos y expresiones · Parte A

Carga, fuerza y campo. Las cargas del mismo signo se repelen y las de signo contrario se atraen.

- **Ley de Coulomb:** $F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$, con $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}$.
- **Campo eléctrico:** es la fuerza por unidad de carga, $\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}$, donde $\hat{r}$ va **de la carga al punto**. Si $q<0$, el campo apunta **hacia** la carga. La fuerza sobre una carga es $\vec{F} = q\vec{E}$.
- **Potencial eléctrico:** es la energía por unidad de carga, $V = k\frac{q}{r}$. Es un escalar con signo; $V_{AB} = V_A - V_B$.

Fuerzas y campos son **vectores** y se suman por componentes; los potenciales son **escalares** y se suman directamente.

Magnitud	Expresión	Unidad en el SI	Tipo
Fuerza eléctrica	$F = k\lvert q_1 q_2\rvert/r^2$	[N]	vector
Campo eléctrico	$\vec{E} = kq\hat{r}/r^2$	[N/C] = [V/m]	vector
Potencial	$V = kq/r$	[V] = [J/C]	escalar
Energía potencial de un par	$U = kq_1q_2/r$	[J]	escalar
Trabajo de un agente externo	$W = q_0(V_2 - V_1) = \Delta U$	[J]	escalar

Placas paralelas y capacitor.

Unidad 3 · Segunda ley de la termodinámica: máquinas, refrigeradores y entropía

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno analizará los conceptos que le permitan comprender las restricciones que impone la segunda ley de la termodinámica a los flujos energéticos.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 6 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014, además de la entropía dentro de los problemas de ciclos (Unidad 4).
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas para esta unidad.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 3.1 con la tabla del ciclo de Carnot a la vista (15 min).
  2. Sigue el ejemplo 3.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 3.5 con cronómetro (20 min cada uno).

3.1 Conceptos y expresiones

Máquinas térmicas y refrigeradores. Una **máquina térmica** toma calor Q_A de un depósito caliente a T_A, convierte una parte en trabajo W y rechaza el resto, Q_B, a un depósito frío a T_B. Un **refrigerador** (o aire acondicionado, o bomba de calor) consume trabajo para sacar calor del depósito frío y llevarlo al caliente. En ambos casos:

$$|Q_A| = |W| + |Q_B|$$

Dispositivo	Desempeño real	Límite de Carnot
Máquina térmica	$\eta = \frac{\lvert W\rvert}{\lvert Q_A\rvert}$	$\eta_C = 1 - \frac{T_B}{T_A}$
Refrigerador o aire acondicionado	$\beta = COP_R = \frac{\lvert Q_B\rvert}{\lvert W\rvert}$	$\beta_C = \frac{T_B}{T_A - T_B}$
Bomba de calor	$COP_{BC} = \frac{\lvert Q_A\rvert}{\lvert W\rvert}$	$\frac{T_A}{T_A - T_B}$

- Las temperaturas van **en kelvin**.
- En un ciclo de Carnot, además, $\frac{|Q_B|}{|Q_A|} = \frac{T_B}{T_A}$.
- Siempre $COP_{BC} = \beta + 1$; β puede ser mayor que 1.
- 1 tonelada de refrigeración = 211 kJ/min = 3.517 kW (lo da el enunciado).

Teorema de Carnot y desigualdad de Clausius. Una máquina es **posible** si

$$\eta \le \eta_C \qquad \text{y} \qquad \oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{|Q_A|}{T_A} - \frac{|Q_B|}{T_B} \le 0$$

Si no se cumple, es **imposible**.

Entropía. Un cuerpo que recibe Q a temperatura T gana Q/T.

- trabajo de la bomba: $w_{34} = 2480$ J/kg;
- $\Delta E_c \approx 0$ y $\Delta E_p \approx 0$.

Determine:

- a) v_4;
- b) el trabajo de la turbina;
- c) el calor que cede el agua en el condensador;
- d) la eficiencia.

Resolución.

1. a) Líquido incompresible: $v_4 = v_3 = \frac{w_{34}}{P_4 - P_3} = \frac{2480}{(2500-20)\times 10^3} = \mathbf{0.001\ m^3/kg}$.
2. b) Turbina adiabática: $w_{12} = h_2 - h_1 = 1984.88 - 2803.1 = \mathbf{-818.22\ kJ/kg}$.
3. Caldera: $q_{41} = h_1 - h_4 = 2803.1 - 194.35 = 2608.75$ kJ/kg.
4. c) Balance del ciclo: $q_{23} = -(q_{41} + w_{12} + w_{34}) = -(2608.75 - 818.22 + 2.48) = \mathbf{-1793.01\ kJ/kg}$. Se obtiene lo mismo con $h_3 = h_4 - w_{34} = 191.87$ kJ/kg y $q_{23} = h_3 - h_2$.
5. d) $w_{neto} = -818.22 + 2.48 = -815.74$ kJ/kg, así que $\eta = \frac{815.74}{2608.75} = \mathbf{0.3127}$.

4.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.4**. Esta unidad no aparece en los finales de 2019 y 2020; los ejercicios siguientes usan los datos de los finales colegiados con preguntas que no se resolvieron en 4.5.

Ejercicio propuesto 4.6.1

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo A, problema 3.

Con los datos del ejercicio 4.5.1 (ciclo de Otto, $r = 12$, 95 kPa y 20 °C al inicio de la compresión, 240 kJ/kg en la combustión), determine la eficiencia del ciclo.

Resultado: $\eta = 0.630$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

Ejercicio propuesto 4.6.2

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 3.

Con los datos del ejercicio 4.5.2 (ciclo de Diesel, 200 kPa y 25 °C al inicio de la compresión, $r = 15$, temperatura máxima de 1110 K), determine:

- a) la temperatura al final de la compresión;
- b) la relación de corte r_c;
- c) el calor suministrado por unidad de masa;
- d) la eficiencia.

Resultado: $T_2 = 880.8$ K; $r_c = 1.260$; $q_{23} = 230.1$ kJ/kg; $\eta = 0.645$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

Ejercicio propuesto 4.6.3

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 3.

Con los datos del ejercicio 4.5.5 (ciclo 1⟶2 isométrico, 2⟶3 adiabático, 3⟶4 isométrico,

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«recipiente aislado» o «adiabático», «mezcla», «hielo», «fundir», «principio de incremento de entropía»	entropía de un sistema aislado	3.3.5

3.3 Procedimientos

3.3.1 Posibilidad de una máquina

1. Pasa las temperaturas a kelvin.
2. $|Q_A| = |W| + |Q_B|$, luego $\eta = \frac{|W|}{|Q_A|}$.
3. $\eta_C = 1 - \frac{T_B}{T_A}$.
4. Clausius: $\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{|Q_A|}{T_A} - \frac{|Q_B|}{T_B}$ (para la máquina, el calor que entra es + y el que sale, −).
5. Escribe la conclusión con una frase: «como $\eta > \eta_C$ (o $\oint > 0$), la máquina es **imposible** por el teorema de Carnot».
6. Si piden potencia: $\dot{W} = \frac{W}{\Delta t}$, con Δt en segundos.

3.3.2 Tabla de un ciclo de Carnot

1. En los isotérmicos: $\Delta U = 0$ y $W = -Q$.
2. En los adiabáticos: $Q = 0$ y $\Delta S = 0$.
3. $\Delta S_{12} = -\Delta S_{34}$.
4. La columna ΔU suma 0.
5. Con ΔS y T de un isotérmico: $Q = T\,\Delta S$.

3.3.3 Entropía de un gas ideal

1. Identifica el proceso y usa la fila correspondiente de la tabla de entropía (sección 3.1).
2. Si faltan temperaturas, obténlas con $PV = mRT$ (Unidad 2).
3. En un ciclo, el último ΔS es el que hace que la suma dé 0.

3.3.4 Refrigerador, aire acondicionado y bomba de calor

1. Identifica los depósitos: T_B es lo que se enfría (interior del refrigerador, la habitación) y T_A es a donde se lleva el calor (el exterior). En kelvin.
2. Balance: $|Q_A| = |Q_B| + |W|$, también con potencias: $\dot{Q}_A = \dot{Q}_B + \dot{W}$.
3. Coeficiente de operación (los enunciados lo llaman β o «rendimiento»): refrigerador $\beta = \frac{|Q_B|}{|W|}$; bomba de calor $COP_{BC} = \frac{|Q_A|}{|W|}$. Si es de Carnot, usa los límites de la sección 3.1.
4. Potencia requerida: $|\dot{W}| = \frac{|\dot{Q}_B|}{\beta}$.
5. Entropía de un depósito durante Δt: $Q = \dot{Q}\,\Delta t$ y $\Delta S = Q/T$. El exterior **recibe** Q_A (signo +); la habitación **pierde** Q_B (signo −). Con Carnot, $\Delta S_{ext} + \Delta S_{hab} = 0$.

3.3.5 Principio de incremento de entropía

1. Define el sistema aislado (recipiente adiabático, horno y plata, mezcla). Si hay que hallar la temperatura de equilibrio o una masa, primero plantea $\sum Q = 0$ (Unidad 1).

Resolución.

1. $T_1 = 298.15$ K; $v_1 = \frac{286.7(298.15)}{200\,000} = 0.4274$ m³/kg.
2. a) $P_2 = 200\,000(15)^{1.4} = \mathbf{8862.5\ kPa}$; $v_2 = \frac{0.4274}{15} = \mathbf{0.02849\ m^3/kg}$.
3. $P_3 = P_2$; $v_3 = \frac{286.7(1110)}{8.8625\times10^6} = 0.03591$ m³/kg.
4. b) $P_4 = 8.8625\times10^6\left(\frac{0.03591}{0.4274}\right)^{1.4} = \mathbf{276.5\ kPa}$; $T_4 = \frac{276\,479(0.4274)}{286.7} = \mathbf{412.2\ K}$.
5. c) $\Delta s_{31} = \Delta s_{34} + \Delta s_{41} = 0 + 717\ln\frac{298.15}{412.16} = \mathbf{-232.2\ J/(kg\ K)}$.

Ejercicio 4.5.3 · Diesel con masa

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo A, problema 3.

Un ciclo de Diesel reversible opera con aire:

- masa de aire: 4.2 g;
- relación de compresión $r = 15$;
- calor suministrado: 7.5 kJ;
- al inicio de la compresión adiabática: 3.8 L, 0.095 MPa y 27 °C.

Determine:

- a) la presión y la temperatura máximas;
- b) el ΔS del aire durante la admisión de combustible.

Resolución.

1. a) $P_{\text{máx}} = P_2 = 95\,000(15)^{1.4} = \mathbf{4209.7\ kPa}$.
2. $V_2 = \frac{0.0038}{15} = 2.5333\times10^{-4}$ m³; $T_2 = \frac{P_2V_2}{mR} = \frac{4\,209\,702(2.5333\times10^{-4})}{0.0042(286.7)} = 885.66$ K.
3. Proceso isobárico: $T_{\text{máx}} = T_3 = 885.66 + \frac{7500}{0.0042(1003.7)} = \mathbf{2664.79\ K}$.
4. b) $\Delta S_{23} = mc_p\ln\frac{T_3}{T_2} = 0.0042(1003.7)\ln\frac{2664.79}{885.66} = \mathbf{+4.644\ J/K}$.

> Con $T_2 = T_1 r^{0.4}$ se obtiene 886.7 K: los datos de 3.8 L y 27 °C no son exactamente consistentes con 4.2 g. Aquí se sigue el camino de la resolución publicada, con $PV = mRT$.

Ejercicio 4.5.4 · Ciclo isotérmico-isométrico con tabla

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo A, problema 2.

Un ciclo opera con 5 g de aire:

- $V_1 = 4V_2$ y $T_1 = 25$ °C;
- procesos: 1⟶2 isotérmico, 2⟶3 isométrico, 3⟶4 isotérmico, 4⟶1 isométrico;
- estado 1: 77 000 Pa, 5.55×10^{-3} m³, 298.15 K;
- estado 2: 308 000 Pa;
- estado 4: 154 000 Pa, 596.23 K;
- $c_v = 717$ J/(kg K).

Determine:

- a) la presión y la temperatura máximas;
- b) W_{34}, y explique su signo;
- c) el ΔS en la compresión isotérmica;

- c) la potencia, si el ciclo dura un minuto;
- d) si se cumple la desigualdad de Clausius;
- e) ΔS del depósito de temperatura alta.

Resolución.

1. $T_A = 1000.15$ K y $T_B = 400.15$ K.
2. a) $\eta_C = 1 - \frac{400.15}{1000.15} = \mathbf{0.6}$ (0.5999).
3. b) $\eta = \frac{200}{325} = \mathbf{0.6154}$, mayor que η_C: la máquina es imposible.
4. c) $\dot W = \frac{200\,000}{60} = \mathbf{3.333\ kW}$.
5. d) $\oint\frac{\delta Q}{T} = \frac{325\,000}{1000.15} + \frac{-125\,000}{400.15} = \mathbf{+12.57\ J/K > 0}$: **no** se cumple.
6. e) El depósito alto **cede** 325 kJ: $\Delta S_A = \frac{-325\,000}{1000.15} = \mathbf{-324.95\ J/K}$.

Ejercicio 3.5.2 · Refrigerador de Carnot en toneladas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo B, problema 3.

Una tonelada de refrigeración es la absorción de 211 kJ/min desde una fuente fría. Una máquina frigorífica internamente reversible (ciclo de Carnot):

- funciona entre −23 °C y 27 °C;
- produce 8 toneladas de refrigeración.

Determine:

- a) la potencia requerida, en kW;
- b) el coeficiente de operación.

Resolución.

1. 1 ton $= \frac{211}{60} = 3.517$ kW, así que $\dot Q_B = 8(3.517) = 28.13$ kW.
2. $T_A = 300.15$ K y $T_B = 250.15$ K.
3. b) $\beta = \frac{T_B}{T_A - T_B} = \frac{250.15}{50} = \mathbf{5.003}$.
4. a) $\dot W = \frac{\dot Q_B}{\beta} = \frac{28.136}{5.003} = \mathbf{5.624\ kW}$.

Ejercicio 3.5.3 · Aire acondicionado de Carnot

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo B, problema 3.

Un aire acondicionado con el rendimiento de una máquina de Carnot:

- mantiene una habitación a 21 °C con el exterior a 38 °C;
- retira 15 kW de la habitación.

Determine:

- a) la potencia mecánica requerida;
- b) ΔS del exterior durante un minuto de operación.

Resolución.

1. $T_A = 311.15$ K (exterior) y $T_B = 294.15$ K (habitación).
2. $\beta_C = \frac{294.15}{311.15 - 294.15} = 17.303$.
3. a) $\dot W = \frac{15}{17.303} = \mathbf{0.8669\ kW}$.
4. $\dot Q_A = 15 + 0.8669 = 15.867$ kW; en 60 s, $Q_A = 952.01$ kJ.

4.3.4 Ciclo a la medida (tabla o gráfica P–v)

1. Copia la tabla de estados y marca qué se conserva en cada proceso: v en los isométricos, P en los isobáricos, T en los isotérmicos.
2. Llena los huecos con $Pv = RT$ (o $PV = mRT$, con mR calculado una sola vez). En los adiabáticos, $P_2 v_2^k = P_3 v_3^k$.
3. Calcula w, q y Δu de cada proceso con las expresiones de la Unidad 2.
4. $w_{neto} = \sum w$; q_{sum} es la suma de los q positivos; $\eta = \frac{|w_{neto}|}{q_{sum}}$.

4.3.5 Ciclo de Rankine básico

Estados: 1 sale de la caldera (vapor), 2 sale de la turbina, 3 sale del condensador (líquido), 4 sale de la bomba.

1. Escribe la primera ley de cada equipo: $q + w = \Delta h$.
2. Turbina: $w_{12} = h_2 - h_1$. Condensador: $q_{23} = h_3 - h_2$. Bomba: $w_{34} = v_3(P_4 - P_3)$. Caldera: $q_{41} = h_1 - h_4$.
3. $w_{neto} = w_{12} + w_{34}$ y $\eta = \frac{|w_{neto}|}{q_{41}}$.
4. Comprueba: $q_{23} = -(q_{41} + w_{12} + w_{34})$.
5. No se necesitan tablas de vapor: el examen da las h (y el v del líquido). Si falta una h, despéjala de otro balance, por ejemplo $h_3 = h_4 - w_{34}$.

4.3.6 Variación de entropía en cada proceso

1. Escribe **0** en los procesos isoentrópicos.
2. Usa la tabla de 4.1 según el proceso.
3. En Otto y Diesel, obtén el último con $\sum \Delta s = 0$.

4.4 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo B, problema 3.

Un ciclo de Otto ideal opera con aire:

- relación de compresión $r = 12$;
- al inicio de la compresión, $P_1 = 0.9$ bar y $T_1 = 27$ °C;
- en la ignición (proceso isométrico 2⟶3) recibe 1780 kJ/kg.

Determine:

- a) la presión y la temperatura al final de la compresión;
- b) la temperatura máxima;
- c) el trabajo en la expansión;
- d) la eficiencia;
- e) el Δs de los cuatro procesos.

Resolución.

1. Datos en el SI: $P_1 = 90\,000$ Pa, $T_1 = 300.15$ K, $q_{23} = 1.78 \times 10^6$ J/kg; $R = 286.7$, $c_v = 717$, $k = 1.4$.
2. a) Compresión isoentrópica: $P_2 = 90\,000(12)^{1.4} =$ **2918.07 kPa**; $T_2 = 300.15(12)^{0.4} =$ **810.98 K**.
3. b) Ignición isométrica: $T_3 = 810.98 + \frac{1\,780\,000}{717} =$ **3293.54 K**.

4. $\Delta S_T =$ **+0.246 J/K** (mayor que cero: irreversible). Es una resta de números parecidos: con T_{eq} sin redondear sale 0.2455 J/K.

Ejercicio 3.5.6 · Fundir plata en un horno

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo B, problema 3.

En un crisol de capacidad térmica despreciable se funden 50 kg de plata sólida en un horno a 1400 °C constante:

- $T_{fus} = 962$ °C y $h_{fus} = 88.3$ kJ/kg;
- horno y plata forman un sistema aislado.

Determine:

- a) ΔS de la plata, si se funde y se retira de inmediato;
- b) ΔS del horno;
- c) si se verifica el principio de incremento de entropía.

Resolución.

1. $T_H = 1673.15$ K y $T_{fus} = 1235.15$ K; $Q_{Ag} = 50(88\,300) = 4415$ kJ.
2. a) $\Delta S_{Ag} = \frac{4\,415\,000}{1235.15} =$ **+3574.46 J/K**.
3. b) El horno cede calor: $\Delta S_H = \frac{-4\,415\,000}{1673.15} =$ **−2638.74 J/K**.
4. c) $\Delta S_{aislado} = 3574.46 - 2638.74 =$ **+935.73 J/K > 0**: **sí** se cumple. Es irreversible porque el calor pasa con una diferencia finita de temperatura.

Ejercicio 3.5.7 · Expansión isotérmica de aire

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 3.

El inciso a) se resolvió en la Unidad 2, ejercicio 2.5.7.

1.4 kg de aire ($R = 286.7$ J/(kg K)) a 1.5 MPa y 900 K se expanden isotérmica y reversiblemente hasta 18 veces el volumen inicial. Determine:

- a) el calor, e indique si el aire lo recibe o lo entrega;
- b) ΔS del aire.

Resolución.

1. $\Delta U = 0$, así que $Q = -W$.
2. $W = -mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = -1.4(286.7)(900) \ln 18 = -1044.12$ kJ.
3. a) $Q =$ **+1044.12 kJ**: el aire **recibe** calor.
4. b) $\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{1\,044\,124}{900} =$ **+1160.14 J/K**.

Ejercicio 3.5.8 · Nitrógeno en tanque rígido

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 2.

El inciso a) se resolvió en la Unidad 2, ejercicio 2.5.5.

Un depósito rígido contiene N_2 a 100 kPa y 17 °C:

- una rueda de paletas hace 6900 J de trabajo de eje hasta que la presión es 130 kPa;
- hay una pérdida de calor de 1 kJ; el ambiente está a 27 °C;
- para el N_2: $R = 296.8$, $c_v = 743$, $c_p = 1039.8$ J/(kg K) (valores de la resolución publicada).

Con la convención de signos del curso, $w = -\int P\,dv$: en una compresión $w > 0$ y en una expansión $w < 0$.

Los dos ciclos de aire.

Ciclo	Procesos	Calor suministrado (2⟶3)	Expresiones propias
Otto	1⟶2 isoentrópico, 2⟶3 isométrico, 3⟶4 isoentrópico, 4⟶1 isométrico	$q_{23} = c_v(T_3 - T_2)$	$\eta = 1 - r^{1-k}$
Diesel	1⟶2 isoentrópico, 2⟶3 isobárico, 3⟶4 isoentrópico, 4⟶1 isométrico	$q_{23} = c_p(T_3 - T_2)$	corte $r_c = \frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2}$; $T_4 = T_1 r_c^{\,k}$

Trabajo neto y eficiencia.

$$w_{neto} = \sum w \ (< 0 \text{ en un ciclo motor}), \qquad \eta = \frac{|w_{neto}|}{q_{sum}} = 1 - \frac{|q_{sale}|}{q_{sum}}, \qquad \sum \Delta s = 0$$

q_{sum} es la suma de los calores **positivos** (los que entran).

Ciclo de Rankine básico. Sistema abierto en régimen permanente, por unidad de masa y sin cambios de energía cinética ni potencial: $q + w = \Delta h$ en cada equipo.

Equipo	Proceso	Expresión
Turbina	1⟶2, adiabática	$w_{12} = h_2 - h_1 < 0$
Condensador	2⟶3, $w = 0$	$q_{23} = h_3 - h_2 < 0$
Bomba	3⟶4, adiabática, líquido incompresible	$w_{34} = v_3(P_4 - P_3) = h_4 - h_3 > 0$
Caldera	4⟶1, $w = 0$	$q_{41} = h_1 - h_4 > 0$

Variación de entropía por unidad de masa.

Proceso	Δs
Isoentrópico (adiabático reversible)	0
Isométrico	$c_v \ln \frac{T_f}{T_i}$
Isobárico	$c_p \ln \frac{T_f}{T_i}$
Isotérmico	$R \ln \frac{v_f}{v_i}$
General	$c_v \ln \frac{T_f}{T_i} + R \ln \frac{v_f}{v_i} = c_p \ln \frac{T_f}{T_i} - R \ln \frac{P_f}{P_i}$

En Otto y Diesel, $\Delta s_{12} = \Delta s_{34} = 0$ y $\Delta s_{41} = -\Delta s_{23}$, porque el ciclo suma cero.

- A⟶B: isotérmica, de $V_A = 0.01$ a $V_B = 0.05$ m³;
- B⟶C: isobárica a 1 atm, hasta $V_C = 0.01$ m³;
- C⟶A: isométrica.

Determine ΔS de cada proceso.

Resultado: $\Delta S_{AB} = 13.38$ J/K; $\Delta S_{BC} = -46.85$ J/K; $\Delta S_{CA} = +33.47$ J/K.

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

Ejercicio propuesto 3.6.4

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno matutino, problema 2 d).

Con los estados del ejercicio 2.6.2 de la Unidad 2, determine la eficiencia de Carnot entre las mismas temperaturas límite.

Resultado: 0.375.

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

Ejercicio propuesto 3.6.5

Adaptado de: segundo examen final 2019-1, problema 2 b).

Por un conducto circula aire ($R = 0.287$, $c_p = 1.005$ kJ/(kg K)). Entrada: 5 bar y 320 K; salida: 1 bar y 300 K. Determine Δs. (El inciso a) está en la Unidad 2, ejercicio 2.6.4.)

Resultado: 397.05 J/(kg K).

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

3.7 Errores frecuentes

1. **Temperaturas en °C.** Siempre en kelvin (+273.15); con °C, Carnot da resultados sin sentido.
2. **Signo de Q del depósito:** el depósito frío **recibe** calor, así que $\Delta S_B > 0$; para la máquina ese mismo Q_B es negativo. El depósito caliente (u horno) **cede** calor: $\Delta S < 0$.
3. $\eta > 1$ **o** $\eta > \eta_C$**:** es un error de cuentas o una máquina imposible. Hay que decirlo.
4. **Tabla de Carnot:** no se inventan valores; se usan las cinco reglas de 3.3.2.
5. **Logaritmo negativo:** $\ln \frac{T_2}{T_1}$ con $T_2 < T_1$ da negativo, y es correcto.
6. **Refrigerador contra máquina:** $\beta = \frac{T_B}{T_A - T_B}$ (no $1 - \frac{T_B}{T_A}$) y puede ser mayor que 1. En el aire acondicionado, T_B es la **habitación**, no el exterior.
7. **Potencias contra energías:** si piden ΔS «durante un minuto», multiplica $\dot{Q}$ por 60 s antes de dividir entre T.
8. **Fusión:** el término $\frac{m h_{fus}}{T}$ va con T_{fus} en **kelvin** (273.15 K para el hielo) y h_{fus} en J/kg.
9. **Principio de incremento:** se suma la entropía de **todo** lo aislado (agua y hielo, plata y horno). Un ΔS negativo de una parte no viola nada.

3.8 Formulario de emergencia de la unidad

- $|Q_A| = |W| + |Q_B| \cdot \eta = |W|/|Q_A| \cdot \eta_C = 1 - T_B/T_A$
- $\beta = |Q_B|/|W| \cdot \beta_C = T_B/(T_A - T_B) \cdot COP_{BC} = |Q_A|/|W| = T_A/(T_A - T_B) \cdot 1$ ton $= 211$ kJ/min

- $\Delta U = Q + W \cdot W = -\int P\,dV \cdot \Delta U = mc_v\Delta T \cdot$ tabla de procesos (sección 2.1.1)
- $W_{eje} = \dot{W}\Delta t \cdot E_{el} = V\,i\,\Delta t \cdot V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$
- Ciclo: $\Delta U = 0$, $\eta = |W_{neto}|/Q_{sum}$
- Abiertos: $\dot{m} = \rho v A \cdot 0 = \Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h \cdot \Delta h = c_p\Delta T$

2.9 Procedimiento recomendado en el examen

1. Tabla de estados con unidades.
2. mR calculado una sola vez.
3. Para cada proceso: nombre del proceso, fórmula de la tabla y sustitución.
4. Signo de W comentado («expansión, $W < 0$»).
5. Cada resultado recuadrado.

Si no se encuentra el camino, escribe $PV = mRT$ con los datos, el tipo de cada proceso y su fórmula de trabajo. El planteamiento correcto también cuenta.

- Campo uniforme entre las placas, de la placa + a la −: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$. No depende de la separación d.
- Diferencia de potencial: $V = Ed$.
- Capacitancia: $C = \varepsilon_0\frac{A}{d}$ y $q = CV$. Los arreglos de capacitores se estudian en la Unidad 6.

Fuerza magnética.

- Sobre una carga en movimiento: $\vec{F}_m = q\,\vec{v}\times\vec{B}$.
- Sobre un tramo de alambre con corriente: $\vec{F} = I\,\vec{\ell}\times\vec{B}$, con $\vec{\ell}$ en el sentido de la corriente.
- Campo de un alambre recto y largo: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$; su dirección sigue la regla de la mano derecha (pulgar en el sentido de la corriente, los dedos rodean el alambre).
- Productos cruz de los unitarios: $\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = \hat{k}$, $\hat{\jmath}\times\hat{k} = \hat{\imath}$, $\hat{k}\times\hat{\imath} = \hat{\jmath}$; en orden inverso cambian de signo.

Constantes.

Constante	Valor
k	$9 \times 10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}$
ε_0	$8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/(N\,m^2)}$
μ_0	$4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\,m/A}$
carga del electrón	-1.6×10^{-19} C
carga del protón	$+1.6 \times 10^{-19}$ C

5.2 Cómo reconocer el problema · Parte A

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«fuerza eléctrica sobre Q_2 debida a Q_1 y Q_3»	suma vectorial de fuerzas de Coulomb	5.3.1
«campo eléctrico en el punto A»	suma vectorial de campos	5.3.2
«potencial» o «diferencia de potencial V_{AB}»	suma escalar de potenciales	5.3.3
«capacitor», «área», «separación»	capacitancia y $q = CV$	5.3.4
«velocidad», «campo magnético», «fuerza magnética»	$q\vec{v}\times\vec{B}$	5.3.5
«conductor recto y largo», «corriente», «campo magnético en el punto»	campo de un alambre	5.3.6
«trabajo necesario para mover la carga», «cambio de energía potencial», «energía potencial de q_2»	trabajo y energía	5.3.7

Caso	ΔS
Depósito u horno a T constante	$\frac{Q}{T}$, con el signo de Q **para el depósito**
Cambio de fase a T constante	$\frac{mh_{fus}}{T_{fus}}$ (fundir +, solidificar −)
Sólido o líquido que cambia de temperatura	$mc\ln\frac{T_2}{T_1}$
Gas ideal, isotérmico	$mR\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{Q}{T}$
Gas ideal, isobárico	$mc_p\ln\frac{T_2}{T_1}$
Gas ideal, isométrico	$mc_v\ln\frac{T_2}{T_1}$
Gas ideal, general	$mc_p\ln\frac{T_2}{T_1} - mR\ln\frac{P_2}{P_1} =$ $mc_v\ln\frac{T_2}{T_1} + mR\ln\frac{V_2}{V_1}$

Principio de incremento de entropía. En un sistema aislado:

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{aislado} \geq 0$$

- > 0: proceso irreversible;
- $= 0$: proceso reversible;
- < 0: proceso imposible.

En un ciclo, $\Delta S_{ciclo} = 0$ y $\Delta U_{ciclo} = 0$.

Tabla del ciclo de Carnot.

Proceso	Tipo	Q	W	ΔU	ΔS
1⟶2	expansión isotérmica a T_A	$Q_A > 0$	$-Q_A$	0	Q_A/T_A
2⟶3	expansión adiabática	0	$= \Delta U < 0$		0
3⟶4	compresión isotérmica a T_B	$Q_B < 0$	$-Q_B$	0	Q_B/T_B
4⟶1	compresión adiabática	0	$= \Delta U > 0$		0

3.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«máquina térmica» o «cíclica», «depósitos a T_A y T_B», «¿es posible?», «desigualdad de Clausius»	posibilidad de una máquina	3.3.1
«ciclo de Carnot», tabla con Q, W, ΔU, ΔS	tabla de Carnot	3.3.2
«cambio de entropía» de un gas en un proceso o en un ciclo	entropía de gas ideal	3.3.3
«refrigerador», «máquina frigorífica», «toneladas de refrigeración», «aire acondicionado», «bomba de calor», «coeficiente de operación» o «rendimiento»	refrigerador o bomba de calor	3.3.4

4⟶1 isobárico), determine la eficiencia del ciclo.

Resultado: $\eta = 24.5\,\%$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

4.7 Errores frecuentes

1. **Kelvin siempre.** Revisa la conversión: 20 °C son 293.15 K, no 273.15 K.
2. $r = v_1/v_2 > 1$**:** en la compresión T y P **suben** (r^{k-1}, r^k); en la expansión bajan. Si sale al revés, el cociente está invertido.
3. k **contra** $k-1$**:** la presión va con r^k y la temperatura con r^{k-1}.
4. c_v **en Otto,** c_p **en Diesel** para el calor 2⟶3. El Δu siempre va con c_v.
5. **Por unidad de masa contra total:** si el enunciado da la masa (4.2 g, 5 g), multiplica; si pide el valor «asociado a cada unidad de masa», no.
6. q_{sum} es solo el calor que **entra** (positivo).
7. **Signos:** el trabajo de expansión es negativo y w_{neto} es negativo en un ciclo motor; la eficiencia usa valores absolutos.
8. **Redondeos:** usar $v_2 = 0.0737$ en lugar de 0.07372 mueve P_3 unos kPa. Lleva al menos 4 cifras significativas.
9. **Rankine:** las h suelen venir en J/kg; pásalas a kJ/kg antes de restar. El trabajo de la bomba es pequeño (2.48 kJ/kg), pero cuenta.

4.8 Formulario de emergencia de la unidad

- $Pv = RT \cdot R = 286.7$, $c_v = 717$, $c_p = 1003.7$ J/(kg K), $k = 1.4$
- $r = v_1/v_2 \cdot T_2 = T_1 r^{k-1} \cdot P_2 = P_1 r^k \cdot Pv^k = \text{cte} \cdot w_{adiab} = c_v \Delta T$
- Otto: $q_{23} = c_v \Delta T \cdot \eta = 1 - r^{1-k}$
- Diesel: $q_{23} = c_p \Delta T \cdot r_c = T_3/T_2 \cdot T_4 = T_1 r_c^k$
- $\eta = |w_{neto}|/q_{sum} \cdot \sum \Delta s = 0 \cdot$ tabla de Δs (sección 4.1)
- Rankine: $q + w = \Delta h \cdot$ bomba $w = v\Delta P \cdot$ caldera $q = h_1 - h_4$

4.9 Procedimiento recomendado en el examen

1. Datos en unidades del SI y constantes del aire escritas (R, c_v, c_p, k).
2. Tabla de estados con P, v y T, aunque tenga huecos.
3. Para cada proceso: tipo, expresión y sustitución.
4. w_{neto}, q_{sum} y η; en Otto, comparación con $1 - r^{1-k}$.
5. Δs: ceros en los isoentrópicos y el último por $\sum \Delta s = 0$.
6. Cada resultado recuadrado.

Si no se encuentra el camino, escribe $v_1 = RT_1/P_1$, $T_2 = T_1 r^{k-1}$, $P_2 = P_1 r^k$ y la expresión del calor 2⟶3 (c_v o c_p). Eso ya es la mitad del problema. Los Δs de los procesos adiabáticos reversibles valen cero: también cuentan.

2. Calcula el ΔS de **cada** parte con su fórmula (tabla de la sección 3.1). En un depósito u horno, usa el Q **del horno** (si cede calor, es negativo).
3. Hielo de $T_i < 0$ °C a líquido a T_{eq}: **tres tramos**,

$$mc_{hielo}\ln\frac{273.15}{T_i}+\frac{mh_{fus}}{273.15}+mc_{agua}\ln\frac{T_{eq}}{273.15}$$

4. Suma: $\Delta S_{aislado}=\sum\Delta S$.
5. Concluye: si >0, **sí se cumple** el principio y el proceso es **irreversible**; si $=0$, reversible; si <0, imposible.

3.4 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final, 2019-2, turno vespertino, problema 1.

Una máquina recibe calor de un depósito a 727 °C, rechaza 125 kJ a un depósito a 127 °C y produce 200 000 J de trabajo. Determine:

- a) la eficiencia térmica;
- b) si se cumple la desigualdad de Clausius;
- c) el cambio de entropía del depósito frío;
- d) si la máquina es posible;
- e) la temperatura del depósito frío con la que la eficiencia de Carnot sería 0.52.

Resolución.

1. Kelvin: $T_A=1000.15$ K y $T_B=400.15$ K.
2. a) $|Q_A|=200+125=325$ kJ, así que $\eta=\frac{200}{325}=$ **0.6154**.
3. b) Clausius: $\frac{325\,000}{1000.15}-\frac{125\,000}{400.15}=324.95-312.38=$ **+12.57 J/K > 0**: **no** se cumple.
4. c) El depósito frío recibe 125 kJ: $\Delta S_B=\frac{125\,000}{400.15}=$ **+312.38 J/K**.
5. d) $\eta_C=1-\frac{400.15}{1000.15}=0.5999<0.6154$: la máquina es **imposible**.
6. e) Con $\eta_C=0.52$: $T_B=(1-0.52)(1000.15)=$ **480.07 K**.

> Este planteamiento se ha repetido en distintos semestres, con los mismos datos y otros incisos; véase el ejercicio 3.5.1.

3.5 Ejercicios de examen (resueltos)

Ejercicio 3.5.1 · Máquina cíclica entre 727 °C y 127 °C

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo B, problema 2.

Es el mismo planteamiento que el ejemplo 3.4.

Una máquina cíclica opera entre dos depósitos:

- recibe 325 000 J de un depósito a 727 °C;
- rechaza 125 kJ hacia un depósito a 127 °C;
- produce 200 kJ de trabajo.

Determine:

- a) la eficiencia teórica máxima con esos depósitos;
- b) la eficiencia térmica del ciclo;

- d) W_{neto};
- e) la eficiencia.

Resolución.

1. $V_2=V_3=\frac{5.55\times10^{-3}}{4}=1.3875\times10^{-3}$ m³; $mR=\frac{308\,000(1.3875\times10^{-3})}{298.15}=1.4333$ J/K.
2. a) $T_{\text{máx}}=T_3=T_4=$ **596.23 K**; $P_{\text{máx}}=P_3=\frac{308\,000(596.23)}{298.15}=$ **615.93 kPa**.
3. b) $W_{34}=-mRT_3\ln\frac{V_4}{V_3}=-1.4333(596.23)\ln 4=$ **−1184.7 J**. Es negativo porque el gas se **expande** y entrega trabajo.
4. c) $\Delta S_{12}=mR\ln\frac{1}{4}=$ **−1.987 J/K**.
5. d) $W_{12}=-mRT_1\ln\frac{1}{4}=+592.4$ J; en los isométricos $W=0$. Entonces $W_{neto}=$ **−592.3 J**.
6. e) Entra calor en 2⟶3, $Q=mc_v\Delta T=0.005(717)(298.08)=1068.6$ J, y en 3⟶4, $Q=-W_{34}=1184.7$ J. Así, $Q_{sum}=2253.3$ J y $\eta=\frac{592.3}{2253.3}=$ **26.28 %**.

Ejercicio 4.5.5 · Ciclo con dos isométricos, un isobárico y un adiabático

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 3.

Un ciclo de aire (gas ideal) se representa en una gráfica P–v:

- estado 1: 100 kPa, $v=1$ m³/kg, 350 K;
- 1⟶2: isométrico hasta 500 kPa;
- 2⟶3: expansión adiabática hasta $v=3$ m³/kg;
- 3⟶4: isométrico hasta 100 kPa;
- 4⟶1: isobárico.

Determine:

- a) el calor por unidad de masa en 1⟶2;
- b) el Δu en el proceso adiabático;
- c) el trabajo neto por unidad de masa.

Resolución.

1. a) $T_2=\frac{P_2v_1}{R}=\frac{500\,000(1)}{286.7}=1743.98$ K, de donde $q_{12}=c_v(T_2-T_1)=717(1743.98-350)=$ **999.5 kJ/kg** (cerca de 1000).
2. b) $P_3=500\,000\left(\frac{1}{3}\right)^{1.4}=107\,399$ Pa; $T_3=\frac{107\,399(3)}{286.7}=1123.81$ K, de donde $\Delta u_{23}=717(1123.81-1743.98)=$ **−444.66 kJ/kg**.
3. c) $w_{23}=\Delta u_{23}=-444.66$ kJ/kg; $w_{41}=-P(v_1-v_4)=-100\,000(1-3)=+200$ kJ/kg; en los isométricos $w=0$. Entonces $w_{neto}=$ **−244.66 kJ/kg**.

> Con $Pv=RT$, el estado 1 daría 348.8 K, no 350 K. Se usa el valor de 350 K que da el enunciado, igual que en la resolución publicada.

Ejercicio 4.5.6 · Ciclo de Rankine

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo B, problema 4.

Una planta de vapor opera con un ciclo básico de Rankine:

- estado 1: 2500 kPa, $h=2\,803\,100$ J/kg;
- estado 2: 20 kPa, $h=1\,984\,880$ J/kg;
- estado 3: 20 kPa, $v=0.001$ m³/kg;
- estado 4: 2500 kPa, $h=194\,350$ J/kg;

5. b) El exterior recibe calor: $\Delta S_{ext} = \frac{952\,014}{311.15} = \mathbf{+3.0597\ kJ/K}$.
6. Comprobación: la habitación pierde $\frac{15\,000(60)}{294.15} = 3.0597$ kJ/K, así que $\Delta S_{total} = 0$ (Carnot es reversible).

Ejercicio 3.5.4 · Hielo y agua en recipiente adiabático

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo A, problema 2.

El inciso a) se resolvió en la Unidad 1, ejercicio 1.5.9.

En un recipiente adiabático a 101 325 Pa se mezcla hielo a −15 °C con 560 g de agua líquida a 30 °C:

- $c_{hielo} = 2220$, $c_{agua} = 4186$ J/(kg °C), $h_{fus} = 333$ kJ/kg;
- la temperatura de equilibrio es 20 °C.

Determine:

- a) la masa de hielo;
- b) ΔS del agua líquida;
- c) ΔS del agua originalmente sólida;
- d) si se cumple el principio de incremento de entropía, y el tipo de proceso.

Resolución.

1. a) $\sum Q = 0$: $m_H[2220(15) + 333\,000 + 4186(20)] = 0.56(4186)(10)$, de donde $m_H = \frac{23\,441.6}{450\,020} = \mathbf{0.0521\ kg}$.
2. b) $\Delta S_L = 0.56(4186)\ln\frac{293.15}{303.15} = \mathbf{-78.63\ J/K}$.
3. c) Tres tramos: $0.0521(2220)\ln\frac{273.15}{258.15} = 6.53$; $\frac{0.0521(333\,000)}{273.15} = 63.52$; $0.0521(4186)\ln\frac{293.15}{273.15} = 15.41$. Entonces $\Delta S_H = \mathbf{85.46\ J/K}$.
4. d) $\Delta S_{aislado} = -78.63 + 85.46 = \mathbf{+6.83\ J/K > 0}$: sí se cumple; el proceso es **irreversible**. (Con m_H sin redondear: 6.81 J/K.)

Ejercicio 3.5.5 · Níquel y agua

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo B, problema 2.

El inciso a) se resolvió en la Unidad 1, ejercicio 1.5.10.

En un recipiente aislado se mezclan:

- 180 g de níquel en equilibrio con el ambiente (22 °C);
- 60 g de agua a 50 °C;
- $c_{Ni} = 445$ y $c_{agua} = 4186$ J/(kg K).

Determine:

- a) la temperatura de equilibrio;
- b) ΔS del contenido del recipiente.

Resolución.

1. a) $T_{eq} = \frac{0.18(445)(22)+0.06(4186)(50)}{0.18(445)+0.06(4186)} = \frac{14\,320.2}{331.26} = \mathbf{43.23\ °C}$ (316.38 K).
2. b) Níquel: $0.18(445)\ln\frac{316.38}{295.15} = +5.564$ J/K.
3. Agua: $0.06(4186)\ln\frac{316.38}{323.15} = -5.318$ J/K.

4. Volúmenes: $v_1 = \frac{286.7(300.15)}{90\,000} = 0.9561$ m³/kg $= v_4$; $v_2 = \frac{v_1}{12} = 0.0797$ m³/kg $= v_3$; $P_3 = \frac{286.7(3293.54)}{0.0797} = 11.85$ MPa.
5. c) Expansión isoentrópica: $T_4 = \frac{3293.54}{12^{0.4}} = 1218.97$ K, de donde $w_{34} = c_v(T_4 - T_3) = 717(1218.97 - 3293.54) = \mathbf{-1487.5\ kJ/kg}$. Es negativo porque el gas entrega trabajo.
6. d) $w_{12} = c_v(T_2 - T_1) = 717(810.98 - 300.15) = 366.3$ kJ/kg, así que $w_{neto} = 366.3 - 1487.5 = -1121.2$ kJ/kg y $\eta = \frac{1121.2}{1780} = \mathbf{0.630\ (63.0\ \%)}$. Comprobación: $1 - 12^{-0.4} = 0.6299$.
7. e) $\Delta s_{12} = \Delta s_{34} = \mathbf{0}$; $\Delta s_{23} = 717\ln\frac{3293.54}{810.98} = \mathbf{+1004.86\ J/(kg\ K)}$; $\Delta s_{41} = \mathbf{-1004.86\ J/(kg\ K)}$.

Este problema incluye todos los pasos de un ciclo de Otto; los ejercicios 4.5.1 a 4.5.3 son variantes de Otto y Diesel.

4.5 Ejercicios de examen (resueltos)

Ejercicio 4.5.1 · Otto: presión y temperatura máximas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo A, problema 3.

Un ciclo de Otto opera con aire:

- relación de compresión $r = 12$;
- al inicio de la compresión, 95 kPa y 20 °C;
- en la combustión se suministran 240 kJ/kg.

Determine:

- a) la presión y la temperatura máximas;
- b) el Δs en cada proceso.

Resolución.

1. $T_1 = 293.15$ K. $v_1 = \frac{286.7(293.15)}{95\,000} = 0.8847$ m³/kg; $v_2 = \frac{v_1}{12} = 0.07372$ m³/kg.
2. $P_2 = 95\,000(12)^{1.4} = 3080.19$ kPa; $T_2 = 293.15(12)^{0.4} = 792.07$ K.
3. a) $T_3 = 792.07 + \frac{240\,000}{717} = \mathbf{1126.80\ K}$; $P_3 = \frac{286.7(1126.80)}{0.07372} = \mathbf{4381.9\ kPa}$.
4. b) $\Delta s_{12} = \Delta s_{34} = \mathbf{0}$; $\Delta s_{23} = 717\ln\frac{1126.80}{792.07} = \mathbf{+252.73\ J/(kg\ K)}$; $\Delta s_{41} = \mathbf{-252.73\ J/(kg\ K)}$.

Ejercicio 4.5.2 · Diesel por unidad de masa

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 3.

Un ciclo reversible de Diesel opera con aire:

- al inicio de la compresión adiabática, 200 kPa y 25 °C;
- relación de compresión $r = 15$;
- la temperatura máxima, al recibir calor, es 1110 K.

Determine:

- a) la presión y el volumen específico al inicio del proceso isobárico;
- b) la presión y la temperatura al final de la expansión adiabática;
- c) el Δs desde el inicio de la expansión adiabática hasta el inicio de la compresión adiabática.

Determine:

- a) la masa;
- b) ΔS del nitrógeno.

Resolución.

1. Depósito rígido: $T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1} = 290.15(1.3) = 377.195$ K.
2. $\Delta U = Q + W = -1000 + 6900 = 5900$ J.
3. a) $m = \frac{\Delta U}{c_v \Delta T} = \frac{5900}{743(87.045)} = \mathbf{0.0912\ kg}$.
4. b) $\Delta S = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} - mR \ln \frac{P_2}{P_1} = 0.0912[1039.8 \ln 1.3 - 296.8 \ln 1.3] = \mathbf{17.78\ J/K}$. Es igual a $mc_v \ln \frac{T_2}{T_1}$, porque el volumen es constante.

3.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.3**.

Ejercicio propuesto 3.6.1

Adaptado de: segundo examen final 2019-2, problema 2.

Un ciclo de Carnot opera con $T_A = 300$ °C y $T_B = 75$ °C. Datos:

- 1⟶2: $Q = 20$ kJ, $W = -20$ kJ;
- 2⟶3: $W = -7$ kJ;
- 3⟶4: $\Delta S = -34.89$ J/K;
- 4⟶1: $W = 7$ kJ, $\Delta U = 7$ kJ.

Determine:

- a) la tabla completa de Q, W, ΔU y ΔS;
- b) la eficiencia.

Resultado: $\Delta S_{12} = 34.89$ J/K; $Q_{34} = -12.147$ kJ, $W_{34} = +12.147$ kJ; $\Delta U_{23} = -7$ kJ; $\eta_C = 0.3926$.

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

Ejercicio propuesto 3.6.2

Adaptado de: segundo examen final 2020-1, problema 2.

Un ciclo de Carnot con aire opera con $T_A = 59.85$ °C y $T_B = 20$ °C, y recibe $Q_{12} = 153.795$ kJ en la expansión isotérmica. Determine:

- a) la eficiencia;
- b) ΔS_{34}.

Resultado: 0.1197; −461.85 J/K.

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

Ejercicio propuesto 3.6.3

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno vespertino, problema 2.

Un ciclo opera con 1 mol de aire ($M = 28.966$ g/mol, $R = 287$, $c_p = 1005$ J/(kg K)):

4.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«ciclo de Otto», «relación de compresión», «calor en la combustión o ignición», «isométrico»	ciclo de Otto	4.3.1 y 4.3.2
«ciclo de Diesel», «admisión de combustible», «temperatura máxima al recibir calor»	ciclo de Diesel	4.3.1 y 4.3.3
«un ingeniero desarrolló un ciclo…», gráfica P–v o tabla de estados con procesos isotérmicos, isométricos, isobáricos o adiabáticos	ciclo a la medida	4.3.4
«planta de vapor», «ciclo de Rankine», «turbina, condensador, bomba», tabla con h	ciclo de Rankine	4.3.5
«variación de entropía específica en cada proceso»	tabla de Δs	4.3.6

4.3 Procedimientos

4.3.1 Estado 1 y relaciones isoentrópicas

1. Pasa los datos al SI: kPa a Pa, bar a 10^5 Pa, °C a K, kJ/kg a J/kg.
2. Estado 1: $v_1 = \frac{RT_1}{P_1}$. Si hay masa, usa V_1 y mR.
3. Compresión isoentrópica 1⟶2: $v_2 = \frac{v_1}{r}$, $P_2 = P_1 r^k$, $T_2 = T_1 r^{k-1}$ (o $T_2 = \frac{P_2 v_2}{R}$).
4. Expansión isoentrópica 3⟶4, con $v_4 = v_1$: $P_4 = P_3 \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^k$ y $T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{k-1}$.
5. Trabajo de cada proceso adiabático: $w = \Delta u = c_v(T_f - T_i)$.

4.3.2 Ciclo de Otto

1. Aplica los pasos 2 y 3 de 4.3.1.
2. Combustión: $T_3 = T_2 + \frac{q_{23}}{c_v}$ $(= T_{\text{máx}})$; $v_3 = v_2$; $P_3 = \frac{RT_3}{v_2}$ $(= P_{\text{máx}})$.
3. Expansión: $T_4 = \frac{T_3}{r^{k-1}}$ y $v_4 = v_1$.
4. Calor rechazado: $q_{41} = c_v(T_1 - T_4) < 0$.
5. $w_{neto} = w_{12} + w_{34} = -(q_{23} + q_{41})$ y $\eta = \frac{|w_{neto}|}{q_{23}}$. Comprueba con $\eta = 1 - r^{1-k}$.

4.3.3 Ciclo de Diesel

1. Aplica los pasos 2 y 3 de 4.3.1. $P_3 = P_2$ $(= P_{\text{máx}})$.
2. Calor: $T_3 = T_2 + \frac{q_{23}}{c_p}$, o bien $q_{23} = c_p(T_3 - T_2)$ si se da $T_3 = T_{\text{máx}}$.
3. $v_3 = \frac{RT_3}{P_3}$; corte $r_c = \frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2}$.
4. Expansión hasta $v_4 = v_1$: $P_4 = P_3 \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^k$ y $T_4 = \frac{P_4 v_1}{R}$ (atajo: $T_4 = T_1 r_c^k$).
5. $w_{23} = -P_2(v_3 - v_2)$; $q_{41} = c_v(T_1 - T_4)$; $\eta = 1 - \frac{|q_{41}|}{q_{23}}$.
6. Con **masa** en lugar de valores por kilogramo: mismas expresiones con V, mR y $Q = mc_p\Delta T$.

- $\oint \delta Q/T \le 0 \cdot \Delta S_{aislado} \ge 0 \cdot \Delta S_{ciclo} = 0$
- $\Delta S_{dep} = Q/T \cdot \Delta S_{fus} = mh_{fus}/T_{fus} \cdot$ sólido o líquido: $mc\ln(T_2/T_1)$
- Gas: isotérmico $mR\ln(V_2/V_1)$ · isobárico $mc_p\ln(T_2/T_1)$ · isométrico $mc_v\ln(T_2/T_1)$ · general $mc_p\ln(T_2/T_1) - mR\ln(P_2/P_1)$
- Tabla del ciclo de Carnot (sección 3.1)

3.9 Procedimiento recomendado en el examen

1. Temperaturas en kelvin, en una línea aparte.
2. Balance $|Q_A| = |W| + |Q_B|$.
3. η real contra η_C (o β contra β_C), con la frase de conclusión.
4. Cada ΔS con su signo e interpretación («aumenta porque recibe calor»).
5. En sistemas aislados: lista de partes, ΔS de cada una, suma y la frase «> 0, irreversible: sí se cumple el principio».

Si no se encuentra el camino, escribe $\eta_C = 1 - T_B/T_A$ (o $\beta_C = T_B/(T_A - T_B)$) con números y el enunciado de Clausius. En la tabla de Carnot, llena primero las celdas inmediatas (los ceros de los isotérmicos y adiabáticos). En entropía de mezclas, escribe la fórmula de cada tramo aunque falte la masa. El planteamiento correcto también cuenta.

Unidad 4 · Ciclos termodinámicos: Otto, Diesel y Rankine

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno conocerá los ciclos termodinámicos fundamentales empleados en la transformación de la energía.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 7 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014. En los finales de 2019 y 2020 no se preguntaron Otto, Diesel ni Rankine.
- **Requisitos:** gas ideal y procesos (Unidad 2) y entropía (Unidad 3).
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas para esta unidad.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 4.1 con la tabla de relaciones isoentrópicas a la vista (15 min).
  2. Sigue el ejemplo 4.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 4.5 con cronómetro (25 min cada uno).

4.1 Conceptos y expresiones

Ciclo. Es una secuencia de procesos que regresa al estado inicial. El gas recibe calor en una parte, entrega trabajo y rechaza calor en otra. En el examen se piden P, v y T en cada estado, el calor y el trabajo de cada proceso, la eficiencia y el Δs de cada proceso.

- El aire se trata como **gas ideal** ($Pv = RT$) y cada proceso es uno de los de la Unidad 2.
- **Motor de gasolina (Otto):** la chispa enciende la mezcla tan rápido que el pistón casi no se mueve; el calor entra **a volumen constante**.
- **Motor diésel (Diesel):** se comprime solo aire hasta que el combustible se enciende al inyectarlo; mientras se inyecta, el pistón baja y la presión se mantiene; el calor entra **a presión constante**.
- **Central termoeléctrica de vapor (Rankine):** caldera ⟶ turbina ⟶ condensador ⟶ bomba ⟶ caldera.

Propiedades del aire.

Constante	Finales 2012–2014	Finales 2019–2020	Unidad en el SI
R	286.7	287	[J/(kg K)]
c_v	717	718	[J/(kg K)]
c_p	1003.7	1005	[J/(kg K)]
$k = c_p/c_v$	1.4	1.4	adimensional, [1]

Relación de compresión. $r = \frac{v_1}{v_2} = \frac{V_1}{V_2} > 1$.

Proceso isoentrópico (adiabático reversible).

$$Pv^k = \text{cte}, \qquad T_2 = T_1 r^{k-1}, \qquad P_2 = P_1 r^k, \qquad \Delta s = 0$$

$$w = \Delta u = c_v\,(T_f - T_i) = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{k-1}$$