CUADERNO DE ESTUDIO INTENSIVO

Curso de Emergencia

Principios de Termodinámica y Electromagnetismo

Teoría breve, procedimientos y ejercicios de examen resueltos

Fritanga Collective

Versión 0.3.1 · 2026 · CC BY-NC-SA 4.0

Índice

Presentación y cómo usar este cuaderno 3

Unidad 0 · Antes de empezar: qué viene en el examen 5

Unidad 1 · Conceptos fundamentales: presión, fluidos y calorimetría 7

Unidad 2 · Primera ley de la termodinámica: sistemas cerrados y abiertos 16

Unidad 3 · Segunda ley de la termodinámica: máquinas, refrigeradores y entropía 27

Unidad 4 · Ciclos termodinámicos: Otto, Diesel y Rankine 37

Unidad 5 · Electromagnetismo — Parte A: electrostática y fuerza sobre cargas en movimiento 46

Unidad 5 · Electromagnetismo — Parte B: campo magnético e inductancia 55

Unidad 6 · Circuitos eléctricos de corriente directa y capacitores 65

Unidad 7 · Circuitos eléctricos de corriente alterna (lo mínimo) 75

Apéndice A · Formulario y constantes 78

Apéndice B · Qué vino en cada final colegiado (2012–2014) 79

Apéndice C · Fe de erratas 80

Apéndice D · Fuentes y bibliografía 83

Apéndice E · Resoluciones de los ejercicios propuestos 84

Presentación y cómo usar este cuaderno

↑ Volver al índice

Este cuaderno está pensado para quien tiene que aprobar **Principios de Termodinámica y Electromagnetismo** en poco tiempo: en un examen extraordinario, en un final o tras varias semanas sin estudiar la materia.

Sigue el orden de los temas del programa de la asignatura:

1. Conceptos fundamentales.
2. Primera ley de la termodinámica.
3. Segunda ley de la termodinámica.
4. Ciclos termodinámicos.
5. Electromagnetismo.
6. Circuitos de corriente directa.
7. Circuitos de corriente alterna.

Cada unidad se enseña igual que en clase: objetivo, conceptos, ejemplo resuelto y ejercicios. La diferencia es que todo está recortado a lo que se pregunta en los exámenes.

Objetivo de la asignatura (programa). El alumno analizará los conceptos, principios y leyes fundamentales de la termodinámica y de los circuitos eléctricos para aplicarlos en la resolución de problemas elementales de ingeniería, haciendo especial énfasis en el concepto de energía y sus transformaciones.

De dónde salen los ejercicios.

- Se resolvieron y verificaron los problemas de **12 exámenes finales colegiados (2012-1 a 2014-2)** y de **8 finales de 2019–2020**.
- Cada ejercicio indica el examen del que se adaptó.
- Las resoluciones son propias. Cuando el valor obtenido no coincide con el de una resolución publicada, la diferencia se anota en el Apéndice C (Fe de erratas).

Cómo usar este cuaderno

Cada unidad tiene la misma estructura:

1. Un recuadro de **Instrucciones de emergencia**: cuánto sale en el examen, cuánto tiempo dedicarle y la ruta corta.
2. **Conceptos y expresiones**, en tono de libro.
3. **Cómo reconocer el problema**: una tabla que lleva del enunciado al procedimiento.
4. **Procedimientos**, paso a paso.
5. **Ejemplo resuelto**.
6. **Ejercicios de examen resueltos.**
7. **Ejercicios propuestos**, solo con el resultado. Las resoluciones completas están en el Apéndice E.
8. **Errores frecuentes**, **formulario de la unidad** y **procedimiento recomendado en el examen**.

Ruta de 5 semanas (unas 12 horas por semana).

- **Cada día:** 2 bloques de 90 minutos, de dos unidades distintas, y 30 minutos de cierre. En el cierre se anotan los errores del día y se elige el primer ejercicio del día siguiente.
- **Cada sábado:** un examen completo de 2 horas, cronometrado y sin consultar, y la revisión con las resoluciones.

Semana	Unidades
1	5 Parte B (campo magnético) y 1 (presión)
2	2 (primera ley) y 6 (circuitos y capacitores)
3	4 (ciclos) y 5 Parte A (electrostática)
4	3 (segunda ley), 7 (corriente alterna) y repaso de errores
5	Exámenes completos y Apéndice A de memoria

El orden va de lo que más puntos da a lo que menos (véase la Unidad 0).

Ruta de 2 semanas.

- Unidades 5 Parte B, 1, 2 y 6, con sus ejercicios de examen.
- Un examen completo cada 3 días.
- Formulario del Apéndice A todos los días.

Regla de emergencia. Nunca dos días seguidos sin estudiar. Un día mínimo (30 minutos y un ejercicio) cuenta como día cumplido.

Licencia

© 2026 luigisrs.me. Publicado por Fritanga Collective. Esta obra está bajo una licencia **Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)**: `https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es`

Puedes copiarla, distribuirla y adaptarla con fines no comerciales, siempre que cites al autor (luigisrs.me) y compartas las adaptaciones con la misma licencia.

Los enunciados de los exámenes se citan como fuente y pertenecen a sus autores. Las referencias completas están en el Apéndice D.

Unidad 0 · Antes de empezar: qué viene en el examen

↑ Volver al índice

> **Instrucciones de emergencia**
> - **Tiempo:** 20 minutos. Léela completa antes de cualquier otra unidad.
> - **Para qué:** decidir dónde invertir el tiempo. No todos los temas valen lo mismo.

0.1 Cómo es el examen

Según los finales colegiados de 2012 a 2014:

- **Duración y material:** 2 horas, sin consulta, solo calculadora.
- **Problemas:** de 4 a 6, cada uno con su puntuación indicada. Aproximadamente la mitad son de termodinámica y la mitad de electromagnetismo.
- **Constantes:** algunos exámenes incluyen al final las constantes físicas necesarias. Los valores de g y de la presión atmosférica los da el enunciado; en Ciudad Universitaria suelen ser 9.78 m/s² y alrededor de 77 kPa.
- **Resoluciones publicadas:** escriben los datos con unidades entre corchetes, declaran el sistema termodinámico («sistema cerrado / abierto / aislado») y expresan los vectores con $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$. Conviene escribir igual.

0.2 Qué tan seguido sale cada tema

Frecuencia en los 12 finales colegiados de 2012 a 2014:

Unidad	Tema	Frecuencia
5, Parte B	Campo magnético: alambres, solenoide, superposición, inductancia, fuerza sobre conductores	**11 de 12**
1	Presión y fluidos: manómetros, barómetro, prensa, densidad; calorimetría	**9 de 12**
2	Primera ley: sistemas cerrados (paletas, resistor, pistón), gas ideal; sistemas abiertos	**8 de 12**, más 3 de sistemas abiertos
4	Ciclos: Otto, Diesel, ciclos con tabla, Rankine	**7 de 12**
5, Parte A	Electrostática: Coulomb, campo, potencial, energía, placas, $q\vec{v} \times \vec{B}$	**7 de 12**
6	Circuitos de corriente directa y capacitores	**7 de 12** (capacitores en 3)
3	Segunda ley: máquinas, refrigeradores, entropía	**6 de 12**, más la entropía dentro de los ciclos
7	Corriente alterna (valores eficaces)	inciso en **2 de 12**

Observaciones:

- La mitad del examen es electromagnetismo, y casi siempre incluye un problema de campo magnético.
- Los ciclos de motor (Otto, Diesel, Rankine) sí aparecen en los finales de esta asignatura.
- **Los problemas se reciclan:** algunos planteamientos se repiten casi idénticos en distintos semestres, con otros datos. Resolver exámenes anteriores es la mejor preparación.

0.3 Orden de estudio por puntos

1. **Unidad 5, Parte B** (campo magnético) y **Unidad 1** (presión): entre las dos cubren casi todos los exámenes.
2. **Unidad 2** (primera ley) y **Unidad 6** (circuitos): las más mecánicas.
3. **Unidad 4** (ciclos): una receta fija para Otto y Diesel.
4. **Unidad 5, Parte A** (electrostática).
5. **Unidad 3** (segunda ley) y **Unidad 7** (corriente alterna).

Si el tiempo no alcanza, se recorta en este orden:

1. Rankine.
2. La corriente alterna.
3. Los sistemas abiertos.

No conviene recortar:

- el campo magnético;
- la presión;
- la primera ley;
- los ciclos Otto y Diesel.

0.4 En el examen (120 minutos)

1. Lee todo el examen (5 min) y **reparte el tiempo según la puntuación** de cada problema.
2. Empieza por el problema que reconozcas mejor, normalmente presión o campo magnético.
3. Escribe los datos con unidades, el sistema y la ecuación general **antes** de sustituir.
4. Cada inciso se califica por separado. Plantea la fórmula y sustituye aunque el inciso anterior no haya salido.
5. Reserva 10 minutos al final para revisar unidades y signos.

0.5 Formulario de emergencia

El formulario completo de todas las unidades está en el **Apéndice A**. Conviene escribirlo de memoria, desde cero, unos minutos cada día.

Unidad 1 · Conceptos fundamentales: presión, fluidos y calorimetría

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno analizará algunos de los conceptos básicos de la física identificando sus dimensiones y unidades en el SI.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 9 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014. Casi siempre es el problema 1.
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas para esta unidad.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 1.1 (15 min).
  2. Sigue el ejemplo 1.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 1.5 con cronómetro (25 min cada uno).

1.1 Conceptos y expresiones

Masa, peso específico y densidad.

Propiedad	Definición	Unidad en el SI
Densidad	$\rho = \dfrac{m}{V}$	$[\mathrm{kg/m^3}]$
Volumen específico	$v = \dfrac{V}{m} = \dfrac{1}{\rho}$	$[\mathrm{m^3/kg}]$
Peso específico (módulo)	$\gamma = \rho g$	$[\mathrm{N/m^3}]$
Densidad relativa	$\delta = \dfrac{\rho}{\rho_{agua}}$, con $\rho_{agua} = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$	adimensional, [1]

Presión. Es la fuerza normal por unidad de área, $P = F/A$, en pascales [Pa] = [N/m^2].

- **Presión absoluta:** se mide respecto al vacío.
- **Presión manométrica:** se mide respecto a la atmósfera del lugar.
- **Presión vacuométrica:** es la manométrica cuando el sistema está por debajo de la atmosférica.

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{man}, \qquad P_{abs} = P_{atm} - P_{vac}$$

- **Barómetro de mercurio:** $P_{atm} = \rho_{Hg}\, g\, h$.
- **Ciudad Universitaria:** la presión atmosférica es cercana a 77 kPa (por la altitud de unos 2 240 m) y $g = 9.78\ \mathrm{m/s^2}$. A nivel del mar, $P_{atm} = 101\,325$ Pa. **Siempre se usan los datos del enunciado.**

Gradiente de presión (hidrostática). Entre dos puntos de un mismo fluido en reposo:

$$P_2 - P_1 = -\rho g\,(z_2 - z_1)$$

La presión aumenta al bajar. En un **gas** encerrado, la presión se considera la misma en todo el gas.

Principio de Pascal (prensa hidráulica). Dos puntos al mismo nivel de un mismo líquido tienen la misma presión: $\frac{F}{A} = \frac{f}{a}$. El volumen desplazado se conserva: $A\,L = a\,\ell$.

Calorimetría.

- Calor sensible: $Q = mc\,\Delta T$.
- Calor latente: $Q = m\,h_{fus}$ (fusión) o $Q = m\,h_{vap}$ (vaporización).
- En un recipiente aislado: $\sum Q = 0$.

Modelos lineales con datos experimentales. Cuando el problema da una tabla y pide el «modelo matemático», se ajusta una recta por mínimos cuadrados:

$$m = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}, \qquad b = \frac{\sum y - m\sum x}{n}$$

La **pendiente** es la propiedad física que se busca:

- en fluidos, $P_{man} = \gamma z$, así que la pendiente es γ;
- en calorimetría, $Q = (mc)\,T + b$, así que la pendiente es mc.

1.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
tanque, manómetro en U, vacuómetro, barómetro	presiones por columnas	1.3.1
dos compartimientos con un medidor entre ellos	el medidor intermedio lee $P_A - P_B$	1.3.1
tubo en U y «se vierte agua en un brazo»	el mercurio baja z en un brazo y sube z en el otro: desnivel $2z$	1.3.1
varios líquidos apilados	columnas sucesivas, de arriba hacia abajo	1.3.1
«fuerza para levantar la tapa», «vacío parcial»	equilibrio de fuerzas: $P_{int}A + F = P_{atm}A$	1.3.2
prensa, émbolo, bloque encima	principio de Pascal	1.3.2
«¿flota?», esfera hueca	densidad promedio $\rho = m_T/V_T$ contra ρ_{agua}	1.3.2
tabla z contra P o T contra Q, «modelo matemático»	regresión lineal	1.3.3
«se mezclan», recipiente aislado, temperatura de equilibrio	$\sum Q = 0$	1.3.4

1.3 Procedimientos

1.3.1 Presiones por columnas

1. Dibuja el sistema y **numera los puntos**: fondo, superficie, salida del manómetro…

2. Expresa todo en presión **absoluta** ($P_{abs} = P_{atm} + P_{man}$).
3. Entre dos puntos del mismo fluido: $P_{arriba} = P_{abajo} - \rho g\,\Delta z$.
4. No se suman columnas de gas.
5. Despeja la incógnita y comprueba el signo: más abajo, más presión.

1.3.2 Equilibrio de fuerzas, Pascal y flotación

- **Tapa o émbolo:** $\sum F = 0$ con $F = PA$ en cada cara.
- **Prensa:** iguala presiones al mismo nivel. Con un bloque encima: $P = \frac{mg}{A}$ y $m = \delta \cdot 1000 \cdot V$.
- **Flotación:** si la densidad promedio es menor que 1000 kg/m^3, el cuerpo flota en agua.

1.3.3 Modelo lineal

1. Ajusta la recta, con la calculadora en modo de regresión lineal o con las fórmulas de 1.1.
2. Escribe el modelo **con unidades**, por ejemplo $P_{man}\,[\text{Pa}] = 9847.62\,[\text{Pa/m}]\;z\,[\text{m}] - 5.238\,[\text{Pa}]$.
3. Interpreta la pendiente: $\gamma \to \rho = \gamma/g \to \delta,\ v$; o bien $mc \to c$ o m.
4. Para predecir, sustituye en el modelo completo, incluida la ordenada b.

1.3.4 Mezclas en recipiente aislado

1. $\sum Q = 0$: lo que se calienta aporta $Q > 0$ y lo que se enfría, $Q < 0$.
2. Escribe el recorrido de cada sustancia desde su temperatura inicial hasta T_{eq}:
   - hielo: $mc_{hielo}(0 - T_i) \longrightarrow$ fusión $+m\,h_{fus} \longrightarrow$ agua $mc_{agua}(T_{eq} - 0)$;
   - vapor que se condensa: $mc_{vap}(100 - T_i) \longrightarrow$ condensación $-m\,h_{vap} \longrightarrow$ agua $mc_{agua}(T_{eq} - 100)$;
   - recipiente o metal: $mc\,(T_{eq} - T_i)$.
3. Junta todo en una ecuación igual a cero y despeja.
4. **Comprueba** que T_{eq} quede entre las temperaturas iniciales y sea coherente con las fases que supusiste.

Valores usuales (usa siempre los del enunciado):

- $c_{hielo} = 2220$, $c_{agua} = 4186$, $c_{vap} \approx 1900$–2050 J/(kg °C)
- $h_{fus} = 333$ kJ/kg, $h_{vap} \approx 2250$–2257 kJ/kg

1.4 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final, 2019-1, turno matutino, problema 1.

Un tanque contiene un líquido de altura $L = 40$ cm y, encima, aire a una presión vacuométrica de 17 000 Pa. La presión absoluta en el fondo es 70 000 Pa, $P_{atm} = 77$ kPa y $g = 9.78$ m/s^2. Un manómetro diferencial de mercurio está conectado al aire. Determine:

- a) la presión manométrica y absoluta del aire;
- b) el desnivel del manómetro;
- c) el peso específico y la densidad relativa del líquido;
- d) la altura de un barómetro de mercurio en el lugar.

Resolución.

1. a) $P_{man} = -17$ kPa; $P_{abs} = 77 - 17 = \mathbf{60\ kPa}$.
2. b) Del aire (2) a la rama abierta (3): $P_2 - P_3 = -\rho_{Hg} g\,\Delta z$, de donde $\Delta z = \frac{60\,000 - 77\,000}{-(13\,600)(9.78)} = \mathbf{0.1278\ m}$.
3. c) Del fondo (1) a la superficie del líquido (2): $\gamma = \frac{60\,000 - 70\,000}{-0.4} = \mathbf{25\ 000\ N/m^3}$. Entonces $\rho = \frac{25\,000}{9.78} = 2556.24$ kg/m³ y $\delta = \mathbf{2.5562}$.
4. d) $h = \frac{77\,000}{(13\,600)(9.78)} = \mathbf{0.5789\ m}$ de Hg.

Este problema se ha repetido con otros datos en distintos semestres; véase el ejercicio 1.5.4.

1.5 Ejercicios de examen (resueltos)

Ejercicio 1.5.1 · Compartimientos A y B

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 1.

Una caja tiene dos compartimientos con gases:

- el manómetro 1 mide A respecto a la atmósfera: 1.5 bar;
- el vacuómetro 3 mide B respecto a la atmósfera: 0.25 bar;
- el medidor 2, montado en la pared entre A y B, lee $P_A - P_B$.

La altura barométrica es 60 cm de Hg ($\rho_{Hg} = 13\,600$ kg/m³) y $g = 9.78$ m/s². Determine:

- a) P_{abs} de A;
- b) P_{abs} de B;
- c) si el medidor 2 funciona como manómetro o como vacuómetro;
- d) su desnivel, si es un tubo en U con mercurio.

Resolución.

1. $P_{atm} = 13\,600(9.78)(0.6) = 79\,804.8$ Pa.
2. a) $P_A = 79\,804.8 + 1.5 \times 10^5 = \mathbf{229\ 804.8\ Pa}$.
3. b) $P_B = 79\,804.8 - 0.25 \times 10^5 = \mathbf{54\ 804.8\ Pa}$.
4. c) $P_A > P_B$: el medidor 2 registra una presión mayor que la de su entorno (B), así que es un **manómetro**.
5. d) $\Delta h = \frac{P_A - P_B}{\rho_{Hg} g} = \frac{175\,000}{13\,600(9.78)} = \mathbf{1.3157\ m}$.

Ejercicio 1.5.2 · Tapa con vacío parcial

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo A, problema 1.

Un recipiente hermético tiene vacío parcial y una tapa de masa despreciable de 77 cm². Se requieren 480 N para levantarla y $P_{atm} = 10^5$ Pa. Determine la presión absoluta del aire dentro.

Resolución.

1. Equilibrio de la tapa a punto de abrirse: $P_{int} A + F = P_{atm} A$.
2. $A = 0.0077$ m², así que $P_{int} = 10^5 - \frac{480}{0.0077} = \mathbf{37\ 662.34\ Pa}$.

Ejercicio 1.5.3 · Mercurio y agua a nivel del mar

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 1.

Un cilindro de 1 m de alto, abierto y a nivel del mar ($P_{atm} = 101\,325$ Pa), contiene agua arriba y mercurio abajo. L es la profundidad a la que empieza el mercurio. La presión absoluta en el fondo es 2 atm y $g = 9.8$ m/s². Determine L.

Resolución.

1. Las columnas son: agua, L; mercurio, $1 - L$. Entonces $P_f = P_{atm} + \rho_{ag} g L + \rho_{Hg} g (1 - L)$.
2. $L = \frac{P_{atm} - P_f + \rho_{Hg} g}{g(\rho_{Hg} - \rho_{ag})} = \frac{101\,325 - 202\,650 + 133\,280}{9.8(12\,600)}$.
3. $L = 0.2588$ **m** (25.88 cm); el mercurio ocupa 0.7412 m.

Ejercicio 1.5.4 · Tanque con manómetro diferencial

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo A, problema 1.

Es el mismo planteamiento que el ejemplo 1.4.

Líquido con $L = 25$ cm, aire a una presión vacuométrica de 18 000 Pa, presión absoluta en el fondo de 60 000 Pa, $P_{atm} = 77$ kPa y $g = 9.78$. Determine:

- a) P_{man} y P_{abs} del aire;
- b) el desnivel del manómetro de mercurio;
- c) γ y δ del líquido;
- d) la altura barométrica.

Resolución.

1. a) $P_{man} =$ **−18 000 Pa**; $P_{abs} =$ **59 kPa**.
2. b) $\Delta z = \frac{59\,000 - 77\,000}{-13\,600(9.78)} =$ **0.1353 m**.
3. c) $\gamma = \frac{59\,000 - 60\,000}{-0.25} =$ **4000 N/m³**; $\delta = \frac{4000}{1000(9.78)} =$ **0.409**.
4. d) $h = \frac{77\,000}{13\,600(9.78)} =$ **0.5789 m**.

Ejercicio 1.5.5 · Prensa hidráulica

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 1.

El émbolo pequeño mide $d = 4.5$ cm y el grande $D = 62$ cm. Determine:

- a) la fuerza en el émbolo pequeño que equilibra 20 kN en el grande;
- b) cuánto se mueve el émbolo grande si el pequeño se desplaza 9 dm.

Resolución.

1. a) $f = \left(\frac{d}{D}\right)^2 F = \left(\frac{4.5}{62}\right)^2 (20\,000) =$ **105.359 N**.
2. b) Con el mismo volumen desplazado: $L = \left(\frac{d}{D}\right)^2 \ell = \left(\frac{4.5}{62}\right)^2 (0.9) =$ **4.7412 mm**.

Ejercicio 1.5.6 · Tubo en U con agua

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo B, problema 1.

Un tubo en U de sección uniforme contiene mercurio ($\delta = 13.6$), con ambos extremos abiertos. Se vierten 20.4 cm de agua en el brazo derecho; $g = 9.78$. ¿Cuánto sube el mercurio del brazo izquierdo?

Resolución.

1. El mercurio baja z en un brazo y sube z en el otro, así que el desnivel es $2z$.
2. En la interfaz: $\rho_{ag} g\, z_{ag} = \rho_{Hg} g\,(2z)$, de donde $z = \frac{z_{ag}}{2\delta_{Hg}} = \frac{0.204}{2(13.6)} = \mathbf{7.5\ mm}$.

Ejercicio 1.5.7 · Depósito con tres líquidos

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo B, problema 1.

Un depósito cilíndrico ($r = 12$ cm) tiene gas arriba y tres líquidos inmiscibles. Un manómetro de mercurio conectado al gas marca 8 cm. De arriba hacia abajo:

- x: $\rho = 800$ kg/m³, 30 cm, con A en su fondo;
- y: $v = 0.001$ m³/kg, 20 cm, con B en su fondo;
- z: $\delta = 13.6$, 10 cm, con C en el fondo.

$g = 9.78$ y $P_{atm} = 78\,200$ Pa. Determine:

- a) P_{man} del gas;
- b) P_{man} en A;
- c) P_{man} en B;
- d) P_{abs} en C;
- e) la fuerza sobre el fondo.

Resolución.

1. a) $P_{gas} = 13\,600(9.78)(0.08) = \mathbf{10\ 640.64\ Pa}$.
2. b) $P_A = 10\,640.64 + 800(9.78)(0.3) = \mathbf{12\ 987.84\ Pa}$.
3. c) $\rho_y = 1/v = 1000$, así que $P_B = 12\,987.84 + 1000(9.78)(0.2) = \mathbf{14\ 943.84\ Pa}$.
4. d) $P_{man,C} = 14\,943.84 + 13\,600(9.78)(0.1) = 28\,244.64$ Pa, de donde $P_{abs,C} = \mathbf{106\ 444.64\ Pa}$.
5. e) $F = P_{abs,C}\,\pi r^2 = 106\,444.64\,\pi(0.12)^2 = \mathbf{4815.44\ N}$.

Ejercicio 1.5.8 · ¿Flota la esfera?

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo B, problema 1.

Una esfera hueca de acero llena de aire pesa 7.5 N y tiene un volumen total de 1 L. $\rho_{acero} = 7800$ kg/m³, $\rho_{aire} = 1$ kg/m³ y $g = 9.78$. Determine:

- a) la masa del aire, en gramos;
- b) la densidad total, y si flota en agua.

Resolución.

1. $m_T = \frac{7.5}{9.78} = 0.7669$ kg.
2. Plantea el sistema $V_{ac} + V_{aire} = 0.001$ y $7800V_{ac} + V_{aire} = 0.7669$. Resulta $V_{aire} = 9.018 \times 10^{-4}$ m³.
3. a) $m_{aire} = \mathbf{0.9018\ g}$.
4. b) $\rho_T = \frac{0.7669}{0.001} = \mathbf{766.9\ kg/m^3}$, menor que 1000: **sí flota**.

Ejercicio 1.5.9 · Masa de hielo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo A, problema 2 a).

En un recipiente adiabático se mezcla hielo a −15 °C con 560 g de agua a 30 °C, y el

equilibrio queda en 20 °C. Datos: $c_{hielo} = 2220$, $c_{agua} = 4186$ J/(kg °C), $h_{fus} = 333$ kJ/kg. Determine la masa de hielo. (La parte de entropía de este problema está en la Unidad 3.)

Resolución.

1. Hielo: $m_H[2220(15) + 333\,000 + 4186(20)] = 450\,020\, m_H$.
2. Agua: $0.56(4186)(20 - 30) = -23\,441.6$ J.
3. $m_H = \frac{23\,441.6}{450\,020} = \mathbf{0.0521\ kg}$ (52.1 g).

Ejercicio 1.5.10 · Níquel y agua

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo B, problema 2 a).

En un recipiente aislado se mezclan 180 g de níquel a 22 °C (la temperatura ambiente) con 60 g de agua a 50 °C. $c_{Ni} = 445$ y $c_{agua} = 4186$ J/(kg K). Determine la temperatura de equilibrio.

Resolución.

1. $T = \frac{m_N c_N T_N + m_a c_a T_a}{m_N c_N + m_a c_a}$, con $m_N c_N = 80.1$ J/°C y $m_a c_a = 251.16$ J/°C.
2. $T = \frac{1762.2 + 12\,558}{331.26} = \mathbf{43.23\ °C}$ (316.38 K).

1.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.1**.

Ejercicio propuesto 1.6.1

Adaptado de: segundo examen final 2019-2, problema 1.

Se midió la presión manométrica a distintas profundidades:

- z [m]: 0, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15
- P_{man} [Pa]: 0, 285, 590, 875, 1170, 1480

Determine:

- a) el modelo $P_{man} = f(z)$;
- b) γ, ρ, δ y ν del fluido;
- c) la profundidad donde $P_{abs} = 78\,100$ Pa, si $P_{atm} = 77\,100$ Pa.

Resultado: $P_{man} = 9847.62\, z - 5.238$; $\rho = 1006.9$ kg/m³; $z = 0.102$ m.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 84.

Ejercicio propuesto 1.6.2

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno vespertino, problema 1.

Con diez lecturas, $h = 0.05, 0.10, \ldots, 0.50$ m y $P_{man} = 490.5, 981, \ldots, 4905$ Pa, determine la densidad del fluido.

Resultado: 1003.07 kg/m³ con $g = 9.78$ (1000 kg/m³ con $g = 9.81$).

→ Resolución en el Apéndice E, p. 84.

Ejercicio propuesto 1.6.3

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno matutino, problema 1.

Una prensa hidráulica contiene aceite ($\rho = 0.92$ g/cm³). Su émbolo de 100 cm² sostiene un cubo de acero ($\delta = 7.85$) de 5 cm de arista. Determine:

- a) la altura del aceite en la otra rama;
- b) g, si el peso específico del acero es 76.773 kN/m³.

Resultado: $h = 0.1067$ m; $g = 9.78$ m/s².

→ Resolución en el Apéndice E, p. 84.

Ejercicio propuesto 1.6.4

Adaptado de: segundo examen final 2020-1, problema 1.

El manómetro del tanque A marca 95 kPa y $P_{atm} = 56$ cm de Hg. Dentro hay glicerina ($m = 0.3783$ kg, $V = 3 \times 10^{-4}$ m³) con una columna de 0.4 m. Determine la presión absoluta en A y en B.

Resultado: 169.48 kPa y 164.55 kPa.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 84.

Ejercicio propuesto 1.6.5

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno matutino, problema 1.

Se calentó hielo y se registró:

- Q [J]: 800, 1600, 2300, 3000
- T [°C]: −5, −3, −1, 0

Con $c_{hielo} = 2220$ y $h_{fus} = 333$ kJ/kg, determine:

- a) la masa de hielo;
- b) el calor para fundirlo todo.

Resultado: 0.190 kg; 63.3 kJ.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 84.

Ejercicio propuesto 1.6.6

Adaptado de: segundo examen final 2019-1, problema 1.

A 463 g de una sustancia se les suministró calor:

- T [°C]: 31, 33, 37, 40, 41
- Q [J]: 5000, 8000, 15 000, 22 000, 24 300

Determine:

- a) el modelo y c;
- b) la sustancia (alcohol 2511.6, glicerina 2260.44, agua 4186 J/(kg °C));
- c) Q para llegar a 35 °C.

Resultado: $c = 4186.96$ J/(kg °C), agua; 12 146 J.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 84.

1.7 Errores frecuentes

1. **Restar presiones manométricas y absolutas mezcladas.** Convierte todo a absoluta antes de operar.
2. **Signo de la vacuométrica:** es presión por debajo de la atmosférica, $P_{abs} = P_{atm} - P_{vac}$.
3. **Unidades:** cm a m, y g/cm³ a kg/m³ (×1000), antes de sustituir.
4. **Valor de g y de P_{atm}:** se usan los del enunciado. Un problema a nivel del mar usa 101 325 Pa y, a veces, 9.8 m/s².
5. **Densidad relativa:** no tiene unidades; se escribe [1].
6. **Regresión:** «$P = f(z)$» significa $x = z$ y $y = P$.
7. **Columnas de gas:** no se suman.
8. **Tubo en U:** el desnivel es $2z$, no z.
9. **Prensa:** fuerzas y desplazamientos van con $(d/D)^2$ en sentidos opuestos. Usa diámetros, no radios.
10. **Volumen específico de un líquido:** $\rho = 1/v$.

1.8 Formulario de emergencia de la unidad

- $P_{abs} = P_{atm} + P_{man} \cdot P_{abs} = P_{atm} - P_{vac} \cdot P_2 - P_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$
- $\gamma = \rho g \cdot \delta = \rho/1000 \cdot v = 1/\rho$
- $P_{atm} = \rho_{Hg} g h \cdot \rho_{Hg} = 13\,600$ kg/m³ · 1 atm = 101 325 Pa · 1 bar = 10^5 Pa
- $P = F/A \cdot A = \pi d^2/4 \cdot$ prensa: $\frac{F}{A} = \frac{f}{a}$ y $AL = a\ell$
- $Q = mc\Delta T \cdot Q = mh_{fus} \cdot \sum Q = 0$ en un sistema aislado
- Regresión: m y b (sección 1.1)

1.9 Procedimiento recomendado en el examen

1. Datos en unidades del SI, con las unidades entre corchetes.
2. Esquema con los puntos numerados.
3. La ecuación $P_2 - P_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$, escrita **antes** de sustituir.
4. Si hay tabla, el modelo con unidades.
5. Cada resultado recuadrado.

Si no se encuentra el camino, escribe las ecuaciones generales ($P_{abs} = P_{atm} + P_{man}$, el gradiente entre dos puntos, o «pendiente = $\gamma = \rho g$»). El planteamiento correcto también cuenta.

Unidad 2 · Primera ley de la termodinámica: sistemas cerrados y abiertos

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno realizará balances de energía en sistemas termodinámicos, mediante la aplicación de la primera ley de la termodinámica.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 8 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014 (sistemas cerrados), más 3 de sistemas abiertos. Suele ser el problema 1 o el 2.
- **Tiempo:** de 3 a 4 horas para esta unidad.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 2.1 con la tabla de procesos a la vista (20 min).
  2. Sigue el ejemplo 2.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 2.5 con cronómetro (20 min cada uno).

2.1 Conceptos y expresiones

2.1.1 Sistemas cerrados

Gas ideal. Un gas encerrado (en un cilindro con émbolo o en un tanque) cambia de estado. Cada estado cumple

$$PV = mRT, \qquad Pv = RT, \qquad PV = nR_uT$$

con T **en kelvin** y P **absoluta en pascales**. Si m y R no cambian, $mR = \frac{PV}{T}$ es la misma en todos los estados.

Magnitud	Expresión	Unidad en el SI
Volumen específico	$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$	$[\mathrm{m^3/kg}]$
Constante del aire	$R = 287$ (en las resoluciones de 2012 a 2014, $R = 286.7$)	$[\mathrm{J/(kg\,K)}]$
Constante universal	$R_u = 8.314$; $m = \frac{nR_u}{R}$	$[\mathrm{J/(mol\,K)}]$
Calores específicos del aire	$c_p = 1005$, $c_v = 718$ (en 2012 a 2014, $c_p = 1003.7$, $c_v = 717$)	$[\mathrm{J/(kg\,K)}]$
Relaciones	$c_p - c_v = R$, $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$	—

Primera ley. Con la convención de signos del curso:

$$\Delta U = Q + W, \qquad W = -\int P\,dV$$

- **Expansión:** $W < 0$ (el gas entrega trabajo).

- **Compresión, rueda de paletas, trabajo de eje que entra:** $W > 0$.
- **En cualquier proceso de gas ideal:** $\Delta U = mc_v\Delta T$.
- **Ciclo:** $\Delta U_{ciclo} = 0$; si en el diagrama P–V gira en sentido horario, $W_{neto} = -$(área encerrada).

Tabla de procesos.

Proceso	Constante	$W = -\int P\,dV$	Q	ΔU
Isobárico	P	$-P(V_2 - V_1)$	$mc_p\Delta T$	$mc_v\Delta T$
Isométrico	V	0	$mc_v\Delta T$	$mc_v\Delta T$
Isotérmico	T	$-mRT\ln\frac{V_2}{V_1} = -P_1V_1\ln\frac{V_2}{V_1}$	$-W$	0
Adiabático	$Q = 0$	$\Delta U = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma - 1}$	0	$mc_v\Delta T$
Politrópico	PV^n	$\frac{P_2V_2 - P_1V_1}{n-1}$	$\Delta U - W$	$mc_v\Delta T$

Otras formas de energía.

- Trabajo de eje (rueda de paletas de potencia $\dot{W}$): $W_{eje} = +\dot{W}\,\Delta t$. Se **suma** al trabajo $-\int P\,dV$.
- Energía eléctrica (resistor alimentado con V e i): $E_{el} = V\,i\,\Delta t$. Es **calor** si el sistema es solo el gas y **trabajo eléctrico** si el resistor está dentro del sistema.

Ciclo y eficiencia.

$$W_{neto} = \sum W, \qquad Q_{sum} = \sum Q_{>0}, \qquad \eta = \frac{|W_{neto}|}{Q_{sum}}$$

2.1.2 Sistemas abiertos

Continuidad. El gasto másico en un conducto es

$$\dot{m} = \rho v A, \qquad A = \frac{\pi d^2}{4}$$

y, si es gas, $\rho = \frac{P}{RT}$. En régimen permanente, $\dot{m}_{entra} = \dot{m}_{sale}$; si el conducto se bifurca, $\dot{m}_2 = \dot{m}_3 + \dot{m}_4$. En un líquido, ρ es constante y $A_1v_1 = A_2v_2$.

Balance de energía. En régimen permanente:

$$\dot{Q} + \dot{W} = \dot{m}\,(\Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h), \qquad \Delta e_c = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}, \quad \Delta e_p = g(z_2 - z_1)$$

- Tobera, cascada o tubo adiabático **sin trabajo**: $0 = \Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h$.
- Gas ideal: $\Delta h = c_p\Delta T$. Agua líquida: $\Delta h = c\,\Delta T$ con $c = 4186$ J/(kg K).
- Al mezclar Δh con $v^2/2$, todo va en **J/kg**, no en kJ/kg.

2.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«a presión constante», isobárico, émbolo libre	proceso isobárico	2.3.1 y 2.3.2
«tanque rígido», isométrico, isocórico	proceso isométrico (P/T constante)	2.3.1 y 2.3.2
«PV = constante», isotérmico	proceso isotérmico	2.3.2
«adiabático», «aislado», «sin calor»	$Q = 0$	2.3.2
«PV^n = constante»	proceso politrópico	2.3.2
«pistón de masa m», cilindro vertical	isobárico con $P = P_{atm} + \frac{mg}{A}$	2.3.1 y 2.3.3
«volumen específico» v	$m = V/v$, $\rho = 1/v$	2.3.1
«mol», n	$PV = nR_uT$ y $m = nR_u/R$	2.3.1
«rueda de paletas», «resistor», «pila»	trabajo de eje o energía eléctrica	2.3.3
figura con varias trayectorias entre dos estados	ΔU no depende de la trayectoria	2.3.4
«ciclo», diagrama P–V cerrado, eficiencia	ciclo	2.3.4
«tubería», «se bifurca», «gasto», «flujo másico»	continuidad	2.3.5
«tobera», «cascada», temperatura en el fondo	balance de energía en sistema abierto	2.3.6

2.3 Procedimientos

2.3.1 Tabla de estados

1. Pasa todo al SI: kPa a Pa, bar a 10^5 Pa, L a 10^{-3} m³, °C a K (+273.15).
2. Con el estado que tenga P, V y T completos, calcula $mR = \frac{PV}{T}$ (o $m = \frac{PV}{RT}$).
3. Para cada estado nuevo, usa lo que se conserva en el proceso y luego $PV = mRT$ para la variable que falta.
4. Si se da el volumen específico: $m = V/v$.

2.3.2 Trabajo y calor de un proceso

1. Identifica el tipo de proceso.
2. Escribe la fila correspondiente de la tabla de procesos (sección 2.1.1).
3. Calcula W y comenta su signo («expansión, $W < 0$»).
4. Calcula $\Delta U = mc_v\Delta T$ y despeja $Q = \Delta U - W$.

2.3.3 Balance con trabajo de eje o energía eléctrica

1. Decide dónde está la frontera del sistema y dilo por escrito.
2. Trabajo de eje que entra: $W_{eje} = +\dot{W}\,\Delta t$.
3. Si además el volumen cambia a P constante, añade $W_{exp} = -P\,\Delta V$.
4. Plantea $\Delta U = Q + W_{eje} + W_{exp}$ y despeja la incógnita.
5. Pistón vertical: $P = P_{atm} + \frac{mg}{A}$ y desplazamiento $\Delta x = \frac{|W|}{PA}$.

2.3.4 Trayectorias y ciclos

1. **Trayectorias:** calcula ΔU con la trayectoria que tenga Q y W completos; vale para todas las demás.
2. **Ciclo:** llena la tabla de estados (2.3.1).
3. Calcula W y Q de **cada** proceso (2.3.2).
4. $W_{neto} = \sum W$ (o −área del rectángulo si el ciclo es rectangular en P–V).
5. Q_{sum}: suma solo de los Q **positivos**.
6. $\eta = \frac{|W_{neto}|}{Q_{sum}}$.

2.3.5 Continuidad

1. Áreas con $A = \frac{\pi d^2}{4}$ (diámetros, no radios).
2. Gas: $\rho = \frac{P}{RT}$ con P absoluta y T en kelvin.
3. $\dot{m} = \rho v A$; si se bifurca, $\dot{m}_2 = \dot{m}_3 + \dot{m}_4$.
4. Líquido: $d_1^2 v_1 = d_2^2 v_2$ y, en la bifurcación, $d_2^2 v_2 = d_3^2 v_3 + d_4^2 v_4$.

2.3.6 Balance de energía en sistemas abiertos

1. Escribe $\dot{Q} + \dot{W} = \dot{m}(\Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h)$ y tacha lo que sea cero (adiabático, sin trabajo, $\Delta e_p \approx 0$ o $\Delta e_c \approx 0$).
2. Despeja Δh en J/kg.
3. Pasa a temperatura con $\Delta T = \frac{\Delta h}{c_p}$ (o c para agua).
4. Si piden un área de salida: $\rho_2 = \frac{P_2}{RT_2}$ y $A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 v_2}$.

2.4 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final, 2019-1, turno matutino, problema 2.

Un gas en un cilindro con émbolo está a $P_1 = 5$ bar y $V_1 = 0.5$ m³. Se le suministra calor a presión constante hasta duplicar su volumen; después se expande con $PV =$ constante hasta duplicar otra vez el volumen. Determine:

- a) el trabajo del proceso isobárico;
- b) el trabajo del segundo proceso;
- c) la presión final;
- d) el trabajo total;
- e) el diagrama P–V.

Resolución.

1. Datos en el SI: $P_1 = 5 \times 10^5$ Pa, $V_2 = 1$ m³, $V_3 = 2$ m³.
2. a) Isobárico: $W_{12} = -(5 \times 10^5)(1 - 0.5) = \mathbf{-250\ kJ}$.
3. b) Isotérmico ($PV =$ constante): $W_{23} = -P_2 V_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = -(5 \times 10^5)(1) \ln 2 = \mathbf{-346.57\ kJ}$.
4. c) $P_3 = \frac{P_2 V_2}{V_3} = \frac{5 \times 10^5}{2} = \mathbf{250\ kPa}$.
5. d) $W_{total} = -250 - 346.57 = \mathbf{-596.57\ kJ}$ (negativo: el gas entregó trabajo).
6. e) Línea horizontal de $V = 0.5$ a 1 m³ a 500 kPa; luego una hipérbola que baja hasta (2 m³, 250 kPa).

2.5 Ejercicios de examen (resueltos)

Ejercicio 2.5.1 · Trayectorias abc y cda

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo A, problema 2.

Un diagrama P–V muestra un rectángulo con b arriba a la izquierda, a arriba a la derecha, c abajo a la izquierda y d abajo a la derecha, y una curva de a a c por dentro. El gas tiene masa constante.

- por la curva $a \to c$: $W = +35$ J y $Q = -63$ J;
- por abc (recta $a \to b$ a P_b, luego $b \to c$ a volumen constante): $W = +54$ J.

Determine:

- a) Q por la trayectoria abc;
- b) Q por la trayectoria cda, si $P_c = \frac{1}{2}P_b$.

Resolución.

1. Por la curva: $\Delta U_{ac} = Q + W = -63 + 35 = -28$ J. ΔU no depende de la trayectoria.
2. a) $Q_{abc} = \Delta U_{ac} - W_{abc} = -28 - 54 = \mathbf{-82\ J}$.
3. b) $W_{ab} = +54$ J (compresión a P_b) y $W_{bc} = 0$. El tramo $c \to d$ abarca el mismo ΔV a la mitad de presión y es una **expansión**, así que $W_{cd} = -27$ J; $W_{da} = 0$.
4. $\Delta U_{ca} = +28$ J, de donde $Q_{cda} = 28 - (-27) = \mathbf{+55\ J}$.

Ejercicio 2.5.2 · Tanque esférico con membrana

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo A, problema 1.

Un tanque esférico rígido de radio $r = 1.9276$ m tiene una membrana que lo divide en dos secciones con el mismo gas:

- sección 1: $V_1 = 8$ m³, $v_1 = 0.5051$ m³/kg;
- sección 2: el resto del tanque, con más gas.

Se rompe la membrana y en el equilibrio $v = 0.7964$ m³/kg. Determine:

- a) la masa total;
- b) el volumen específico v_2 antes de romperse la membrana.

Resolución.

1. $V_T = \frac{4}{3}\pi(1.9276)^3 = 30.0$ m³.
2. a) $m_T = \frac{V_T}{v} = \frac{30}{0.7964} = \mathbf{37.67\ kg}$.
3. b) $m_1 = \frac{8}{0.5051} = 15.838$ kg, así que $m_2 = 21.831$ kg; $V_2 = 30 - 8 = 22$ m³ y $v_2 = \frac{22}{21.831} = \mathbf{1.0077\ m^3/kg}$.

Ejercicio 2.5.3 · Proceso politrópico

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo A, problema 2.

Un sistema cerrado con aire pasa de 400 kPa y 326.85 °C a 150 kPa y 126.85 °C mediante un proceso politrópico con $n = 1.85$. Determine:

- a) Δu;
- b) q, e indique si el aire lo recibe o lo rechaza.

Resolución.

1. $T_1 = 600$ K y $T_2 = 400$ K. a) $\Delta u = c_v \Delta T = 717(-200) =$ **−143 400 J/kg**.
2. $w = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{n-1} = \frac{R(T_2 - T_1)}{n-1} = \frac{286.7(-200)}{0.85} = -67\,459$ J/kg (negativo: es una expansión, $v_2/v_1 = 1.78$).
3. b) $q = \Delta u - w = -143\,400 + 67\,459 =$ **−75 941 J/kg**: el aire **lo rechaza**.

Ejercicio 2.5.4 · Pistón con resistor

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo A, problema 1.

Un cilindro vertical tiene un pistón y, dentro, un resistor alimentado por una pila:

- $A = 30$ cm², pistón de 150 kg;
- corriente de 8 A, pila de 6 V, durante 3 min;
- el gas cede 5.8 kJ de calor y su energía interna aumenta 2.4 kJ;
- $P_{amb} = 78$ kPa, $g = 9.78$ m/s², proceso reversible.

Determine:

- a) la presión absoluta del gas;
- b) el tipo de proceso;
- c) el calor que entrega el resistor;
- d) el trabajo de expansión, e indique si el gas se expande o se comprime;
- e) el desplazamiento del émbolo.

Resolución.

1. a) $P = P_{atm} + \frac{mg}{A} = 78\,000 + \frac{150(9.78)}{0.003} =$ **567 kPa**.
2. b) La presión no depende del estado del gas: proceso **isobárico**.
3. c) $Q_R = V\,i\,\Delta t = 6(8)(180) =$ **8.64 kJ**. La resolución publicada lo cuenta como **calor**, porque el sistema es solo el gas.
4. d) $Q = 8.64 - 5.8 = 2.84$ kJ, así que $W = \Delta U - Q = 2.4 - 2.84 =$ **−0.44 kJ**. Como $W < 0$, el gas **se expande**.
5. e) $W = -PA\,\Delta x$, de donde $\Delta x = \frac{440}{567\,000(0.003)} =$ **0.2587 m**.

Ejercicio 2.5.5 · Nitrógeno con rueda de paletas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 2 a).

Un depósito rígido contiene N_2 a 100 kPa y 17 °C:

- una rueda de paletas hace 6900 J de trabajo de eje hasta que $P = 130$ kPa;
- se pierde 1 kJ de calor;
- $c_v = 743$ J/(kg K) (valor de la resolución publicada).

Determine la masa de nitrógeno. (La parte de entropía de este problema está en la Unidad 3, ejercicio 3.5.8.)

Resolución.

1. Depósito rígido: P/T constante, así que $T_2 = 290.15 \cdot \frac{130}{100} = 377.195$ K.
2. $\Delta U = Q + W = -1000 + 6900 = 5900$ J (el trabajo de eje **entra**: signo +).
3. $m = \frac{\Delta U}{c_v \Delta T} = \frac{5900}{743(87.045)} =$ **0.0912 kg**.

Ejercicio 2.5.6 · Hidrógeno con rueda de paletas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo B, problema 1.

Un cilindro con émbolo tiene una rueda de paletas dentro:

- 48.9 g de H_2 a 24 °C, $v = 2.045$ m³/kg y 6 bar;
- la rueda suministra 735 W a presión constante;
- en 10 min el H_2 llega a 0.11538 m³ y libera 409.24 kJ de calor.

Determine ΔU del hidrógeno.

Resolución.

1. $W_{eje} = +735(600) = +441$ kJ.
2. $V_1 = vm = 2.045(0.0489) = 0.1$ m³, así que $W_{exp} = -P\Delta V = -(6 \times 10^5)(0.01538) = -9.228$ kJ.
3. $\Delta U = Q + W_{eje} + W_{exp} = -409.24 + 441 - 9.228 =$ **22.532 kJ**. (El dato de 24 °C no se usa.)

Ejercicio 2.5.7 · Expansión isotérmica de aire

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 3 a).

1.4 kg de aire a 1.5 MPa y 900 K se expanden isotérmica y reversiblemente hasta 18 veces el volumen inicial. Determine el calor e indique si el aire lo recibe o lo entrega. (La parte de entropía está en la Unidad 3, ejercicio 3.5.7.)

Resolución.

1. Isotérmico: $\Delta U = 0$, así que $Q = -W$.
2. $W = -mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = -1.4(286.7)(900) \ln 18 = -1044.12$ kJ.
3. $Q =$ **+1044.12 kJ**: el aire **lo recibe**.

Ejercicio 2.5.8 · Compresión de helio

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo B, problema 2.

Un pistón contiene 10 g de helio ($R = 2.077$ kJ/(kg K)) a 80 kPa y 30 °C. Se comprime hasta 850 kPa y $V_2 = V_1/3$. Determine:

- a) la densidad inicial;
- b) la temperatura final.

Resolución.

1. a) $\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{80\,000}{2077(303.15)} =$ **0.1271 kg/m³**.
2. b) $\frac{PV}{T}$ constante: $T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1} \frac{V_2}{V_1} = 303.15 \cdot \frac{850}{80} \cdot \frac{1}{3} =$ **1073.66 K**.

Ejercicio 2.5.9 · Expansión isobárica de 0.2 mol

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo B, problema 2.

En un sistema cerrado, 0.2 mol de aire se expanden a $P = 100$ kPa constante de 2 L a 3.2 L. Determine:

- a) ΔT, e indique si la temperatura aumentó o disminuyó;
- b) el calor, e indique si el aire lo entrega o lo recibe.

Resolución.

1. a) $T = \frac{PV}{nR_u}$: $T_1 = 120.28$ K y $T_2 = 192.45$ K, así que $\Delta T =$ **+72.17 K** (aumentó).
2. $m = \frac{nR_u}{R} = \frac{0.2(8.314)}{286.7} = 0.0058$ kg, de donde $\Delta U = mc_v\Delta T = 300.10$ J.
3. $W = -P\Delta V = -10^5(0.0012) = -120$ J.
4. b) $Q = \Delta U - W = 300.10 + 120 =$ **+420.10 J**: el aire lo **recibe**.

Ejercicio 2.5.10 · Cascada de Joule

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 2.

El agua en lo alto de una cascada está a 12 °C y cae 60 m; $g = 9.8$ m/s². Determine la temperatura máxima del agua en el fondo.

Resolución.

1. Sistema abierto con $\dot{Q} = \dot{W} = 0$ y $\Delta e_c \approx 0$: $0 = g(z_2 - z_1) + c\,(T_2 - T_1)$.
2. $T_2 = T_1 + \frac{gz_1}{c} = 12 + \frac{9.8(60)}{4186} =$ **12.14 °C**. Solo sube 0.14 °C, demasiado poco para que el termómetro de Joule lo detectara.

Ejercicio 2.5.11 · Tubería que se bifurca

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 2.

Un líquido circula por un tubo que se estrecha y luego se divide en dos:

- $d_1 = 20$ cm, que se estrecha a $d_2 = 15$ cm;
- después se divide en $d_3 = 10$ cm y $d_4 = 5$ cm;
- $v_1 = 1$ m/s y $v_4 = 3$ m/s.

Determine la rapidez en 3.

Resolución.

1. $v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 v_1 = \left(\frac{20}{15}\right)^2 (1) = 1.7778$ m/s.
2. $d_2^2 v_2 = d_3^2 v_3 + d_4^2 v_4$, de donde $v_3 = \frac{0.15^2(1.7778) - 0.05^2(3)}{0.1^2} =$ **3.25 m/s**.

Ejercicio 2.5.12 · Tobera adiabática

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo B, problema 1.

Por una tobera adiabática (sin trabajo, $\Delta e_p \approx 0$, régimen permanente) circula aire:

- entrada: 180 °C, 340 kPa, 20 m/s, diámetro de 0.4 cm;
- salida: 80 kPa y 555.35 m/s.

Determine:

- a) la densidad a la entrada;
- b) el gasto másico;
- c) Δh;
- d) la temperatura de salida;
- e) el área de salida.

Resolución.

1. a) $\rho_1 = \frac{340\,000}{286.7(453.15)} =$ **2.617 kg/m³**.

2. b) $\dot{m} = 2.617(20)\frac{\pi(0.004)^2}{4} = \mathbf{6.577 \times 10^{-4}\ kg/s}$.
3. c) $\Delta h = -\frac{555.35^2 - 20^2}{2} = \mathbf{-154.007\ kJ/kg}$.
4. d) $\Delta T = \frac{-154\,007}{1003.7} = -153.43$ K, así que $T_2 = 453.15 - 153.43 = \mathbf{299.71\ K}$.
5. e) $\rho_2 = \frac{80\,000}{286.7(299.71)} = 0.931$ kg/m³ y $A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 v_2} = \mathbf{1.272 \times 10^{-6}\ m^2}$.

2.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.2**.

Ejercicio propuesto 2.6.1

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno matutino, problema 2.

Un gas en un tanque rígido está a 5 atm y 25 °C. Se saca la mitad del gas y el resto se calienta a 85 °C (1 atm = 101 325 Pa). Determine:

- a) la nueva presión;
- b) la presión a 85 °C si no se hubiera sacado gas.

Resultado: 3.0031 atm (304 289 Pa); 6.0062 atm (608 578 Pa).

→ Resolución en el Apéndice E, p. 84.

Ejercicio propuesto 2.6.2

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno matutino, problema 2 a)–c).

Una máquina opera con los procesos 1⟶2 isobárico, 2⟶3 isotérmico, 3⟶4 isométrico y 4⟶1 isotérmico:

- estado 1: $V = 0.05$ m³, $P = 15\,000$ Pa, $T = 523.37$ K;
- $V_2 = 0.08$ m³ y $P_3 = 8000$ Pa.

Determine:

- a) P, V y T de todos los estados;
- b) W_{23};
- c) el calor que rechaza en 4⟶1.

Resultado: estado 2: 15 000 Pa, 0.08 m³, 837.4 K; estado 3: 8000 Pa, 0.15 m³, 837.4 K; estado 4: 5000 Pa, 0.15 m³, 523.37 K; $W_{23} = -754.33$ J; $Q_{41} = -823.95$ J. (El inciso d) está en la Unidad 3, ejercicio 3.6.4.)

→ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

Ejercicio propuesto 2.6.3

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno vespertino, problema 2.

Un ciclo rectangular opera con aire ($c_p = 1004$, $c_v = 717$, $R = 287$ J/(kg K)) y $v_1 = 1.2$ m³/kg:

- estado 1: 77 000 Pa, 10^{-3} m³;
- estado 2: 300 000 Pa, 10^{-3} m³;
- estado 3: 300 000 Pa, 8×10^{-3} m³;

- estado 4: 77 000 Pa, 8×10^{-3} m³.

Determine:

- a) la masa;
- b) la temperatura de cada estado;
- c) el trabajo neto;
- d) el calor suministrado;
- e) la eficiencia.

Resultado: $m = 8.333 \times 10^{-4}$ kg; $T_1 = 321.95$, $T_2 = 1254.36$, $T_3 = 10\,034.8$, $T_4 = 2575.6$ K; $W_{neto} = -1561$ J; $Q_{sum} = 7903.5$ J; $\eta = 0.1975$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

Ejercicio propuesto 2.6.4

Adaptado de: segundo examen final 2019-1, problema 2 a).

Por un conducto circula aire. A la entrada: 30 m/s, $d = 0.025$ m, 5 bar y 320 K. Determine el flujo másico. (El inciso b) está en la Unidad 3, ejercicio 3.6.5.)

Resultado: 0.0802 kg/s.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

2.7 Errores frecuentes

1. **Temperatura en °C dentro de $PV = mRT$.** Siempre en kelvin.
2. **Signo del trabajo:** con $W = -\int P\,dV$ la expansión da W **negativo**. Si en una expansión sale positivo, revisa el signo.
3. **Presión manométrica en $PV = mRT$:** se usa la absoluta.
4. **Logaritmo invertido:** es $\ln \frac{V_{final}}{V_{inicial}}$.
5. **c_p contra c_v:** c_p solo para Q isobárico (y Δh); ΔU siempre con c_v.
6. Q_{sum} es solo el calor que **entra** (positivo), no la suma de todos.
7. **Rueda de paletas a P constante:** hay **dos** trabajos, el de eje (+) y el de expansión ($-P\Delta V$).
8. **Resistor:** es calor o trabajo según dónde se ponga la frontera del sistema; hay que decirlo por escrito.
9. **Datos de más:** el ejercicio 2.5.6 da T_1 y no se usa. No hay que forzar el uso de todos los datos.
10. **Moles contra kilogramos:** con n se usa $R_u = 8.314$; para $\Delta U = mc_v\Delta T$ se pasa a masa con $m = nR_u/R$.
11. **Unidades en sistemas abiertos:** Δh en J/kg al combinarlo con $v^2/2$, y diámetros (no radios) en $A = \pi d^2/4$.

2.8 Formulario de emergencia de la unidad

- $PV = mRT \cdot Pv = RT \cdot PV = nR_uT \cdot T[\text{K}] = T[^\circ\text{C}] + 273.15 \cdot v = V/m = 1/\rho \cdot m = nR_u/R$
- Aire: $R = 287$, $c_p = 1005$, $c_v = 718$ J/(kg K) (resoluciones de 2012 a 2014: 286.7, 1003.7, 717) $\cdot$ $R_u = 8.314$ J/(mol K) $\cdot$ $c_p - c_v = R$

- $\Delta U = Q + W \cdot W = -\int P\,dV \cdot \Delta U = mc_v\Delta T \cdot$ tabla de procesos (sección 2.1.1)
- $W_{eje} = \dot{W}\Delta t \cdot E_{el} = V\,i\,\Delta t \cdot V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$
- Ciclo: $\Delta U = 0$, $\eta = |W_{neto}|/Q_{sum}$
- Abiertos: $\dot{m} = \rho v A \cdot 0 = \Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h \cdot \Delta h = c_p\Delta T$

2.9 Procedimiento recomendado en el examen

1. Tabla de estados con unidades.
2. mR calculado una sola vez.
3. Para cada proceso: nombre del proceso, fórmula de la tabla y sustitución.
4. Signo de W comentado («expansión, $W < 0$»).
5. Cada resultado recuadrado.

Si no se encuentra el camino, escribe $PV = mRT$ con los datos, el tipo de cada proceso y su fórmula de trabajo. El planteamiento correcto también cuenta.

Unidad 3 · Segunda ley de la termodinámica: máquinas, refrigeradores y entropía

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno analizará los conceptos que le permitan comprender las restricciones que impone la segunda ley de la termodinámica a los flujos energéticos.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 6 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014, además de la entropía dentro de los problemas de ciclos (Unidad 4).
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas para esta unidad.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 3.1 con la tabla del ciclo de Carnot a la vista (15 min).
  2. Sigue el ejemplo 3.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 3.5 con cronómetro (20 min cada uno).

3.1 Conceptos y expresiones

Máquinas térmicas y refrigeradores. Una **máquina térmica** toma calor Q_A de un depósito caliente a T_A, convierte una parte en trabajo W y rechaza el resto, Q_B, a un depósito frío a T_B. Un **refrigerador** (o aire acondicionado, o bomba de calor) consume trabajo para sacar calor del depósito frío y llevarlo al caliente. En ambos casos:

$$|Q_A| = |W| + |Q_B|$$

Dispositivo	Desempeño real	Límite de Carnot
Máquina térmica	$\eta = \dfrac{\lvert W\rvert}{\lvert Q_A\rvert}$	$\eta_C = 1 - \dfrac{T_B}{T_A}$
Refrigerador o aire acondicionado	$\beta = COP_R = \dfrac{\lvert Q_B\rvert}{\lvert W\rvert}$	$\beta_C = \dfrac{T_B}{T_A - T_B}$
Bomba de calor	$COP_{BC} = \dfrac{\lvert Q_A\rvert}{\lvert W\rvert}$	$\dfrac{T_A}{T_A - T_B}$

- Las temperaturas van **en kelvin**.
- En un ciclo de Carnot, además, $\dfrac{|Q_B|}{|Q_A|} = \dfrac{T_B}{T_A}$.
- Siempre $COP_{BC} = \beta + 1$; β puede ser mayor que 1.
- 1 tonelada de refrigeración = 211 kJ/min = 3.517 kW (lo da el enunciado).

Teorema de Carnot y desigualdad de Clausius. Una máquina es **posible** si

$$\eta \le \eta_C \qquad \text{y} \qquad \oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{|Q_A|}{T_A} - \frac{|Q_B|}{T_B} \le 0$$

Si no se cumple, es **imposible**.

Entropía. Un cuerpo que recibe Q a temperatura T gana Q/T.

Caso	ΔS
Depósito u horno a T constante	$\frac{Q}{T}$, con el signo de Q **para el depósito**
Cambio de fase a T constante	$\frac{mh_{fus}}{T_{fus}}$ (fundir +, solidificar −)
Sólido o líquido que cambia de temperatura	$mc \ln \frac{T_2}{T_1}$
Gas ideal, isotérmico	$mR \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{Q}{T}$
Gas ideal, isobárico	$mc_p \ln \frac{T_2}{T_1}$
Gas ideal, isométrico	$mc_v \ln \frac{T_2}{T_1}$
Gas ideal, general	$mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} - mR \ln \frac{P_2}{P_1} =$ $mc_v \ln \frac{T_2}{T_1} + mR \ln \frac{V_2}{V_1}$

Principio de incremento de entropía. En un sistema aislado:

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{aislado} \geq 0$$

- > 0: proceso irreversible;
- $= 0$: proceso reversible;
- < 0: proceso imposible.

En un ciclo, $\Delta S_{ciclo} = 0$ y $\Delta U_{ciclo} = 0$.

Tabla del ciclo de Carnot.

Proceso	Tipo	Q	W	ΔU	ΔS
1⟶2	expansión isotérmica a T_A	$Q_A > 0$	$-Q_A$	0	Q_A/T_A
2⟶3	expansión adiabática	0	$= \Delta U < 0$		0
3⟶4	compresión isotérmica a T_B	$Q_B < 0$	$-Q_B$	0	Q_B/T_B
4⟶1	compresión adiabática	0	$= \Delta U > 0$		0

3.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«máquina térmica» o «cíclica», «depósitos a T_A y T_B», «¿es posible?», «desigualdad de Clausius»	posibilidad de una máquina	3.3.1
«ciclo de Carnot», tabla con Q, W, ΔU, ΔS	tabla de Carnot	3.3.2
«cambio de entropía» de un gas en un proceso o en un ciclo	entropía de gas ideal	3.3.3
«refrigerador», «máquina frigorífica», «toneladas de refrigeración», «aire acondicionado», «bomba de calor», «coeficiente de operación» o «rendimiento»	refrigerador o bomba de calor	3.3.4

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«recipiente aislado» o «adiabático», «mezcla», «hielo», «fundir», «principio de incremento de entropía»	entropía de un sistema aislado	3.3.5

3.3 Procedimientos

3.3.1 Posibilidad de una máquina

1. Pasa las temperaturas a kelvin.
2. $|Q_A| = |W| + |Q_B|$, luego $\eta = \frac{|W|}{|Q_A|}$.
3. $\eta_C = 1 - \frac{T_B}{T_A}$.
4. Clausius: $\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{|Q_A|}{T_A} - \frac{|Q_B|}{T_B}$ (para la máquina, el calor que entra es + y el que sale, −).
5. Escribe la conclusión con una frase: «como $\eta > \eta_C$ (o $\oint > 0$), la máquina es **imposible** por el teorema de Carnot».
6. Si piden potencia: $\dot{W} = \frac{W}{\Delta t}$, con Δt en segundos.

3.3.2 Tabla de un ciclo de Carnot

1. En los isotérmicos: $\Delta U = 0$ y $W = -Q$.
2. En los adiabáticos: $Q = 0$ y $\Delta S = 0$.
3. $\Delta S_{12} = -\Delta S_{34}$.
4. La columna ΔU suma 0.
5. Con ΔS y T de un isotérmico: $Q = T\,\Delta S$.

3.3.3 Entropía de un gas ideal

1. Identifica el proceso y usa la fila correspondiente de la tabla de entropía (sección 3.1).
2. Si faltan temperaturas, obténlas con $PV = mRT$ (Unidad 2).
3. En un ciclo, el último ΔS es el que hace que la suma dé 0.

3.3.4 Refrigerador, aire acondicionado y bomba de calor

1. Identifica los depósitos: T_B es lo que se enfría (interior del refrigerador, la habitación) y T_A es a donde se lleva el calor (el exterior). En kelvin.
2. Balance: $|Q_A| = |Q_B| + |W|$, también con potencias: $\dot{Q}_A = \dot{Q}_B + \dot{W}$.
3. Coeficiente de operación (los enunciados lo llaman β o «rendimiento»): refrigerador $\beta = \frac{|Q_B|}{|W|}$; bomba de calor $COP_{BC} = \frac{|Q_A|}{|W|}$. Si es de Carnot, usa los límites de la sección 3.1.
4. Potencia requerida: $|\dot{W}| = \frac{|\dot{Q}_B|}{\beta}$.
5. Entropía de un depósito durante Δt: $Q = \dot{Q}\,\Delta t$ y $\Delta S = Q/T$. El exterior **recibe** Q_A (signo +); la habitación **pierde** Q_B (signo −). Con Carnot, $\Delta S_{ext} + \Delta S_{hab} = 0$.

3.3.5 Principio de incremento de entropía

1. Define el sistema aislado (recipiente adiabático, horno y plata, mezcla). Si hay que hallar la temperatura de equilibrio o una masa, primero plantea $\sum Q = 0$ (Unidad 1).

2. Calcula el ΔS de **cada** parte con su fórmula (tabla de la sección 3.1). En un depósito u horno, usa el Q **del horno** (si cede calor, es negativo).
3. Hielo de $T_i < 0$ °C a líquido a T_{eq}: **tres tramos**,

$$mc_{hielo} \ln \frac{273.15}{T_i} + \frac{mh_{fus}}{273.15} + mc_{agua} \ln \frac{T_{eq}}{273.15}$$

4. Suma: $\Delta S_{aislado} = \sum \Delta S$.
5. Concluye: si > 0, **sí se cumple** el principio y el proceso es **irreversible**; si $= 0$, reversible; si < 0, imposible.

3.4 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final, 2019-2, turno vespertino, problema 1.

Una máquina recibe calor de un depósito a 727 °C, rechaza 125 kJ a un depósito a 127 °C y produce 200 000 J de trabajo. Determine:

- a) la eficiencia térmica;
- b) si se cumple la desigualdad de Clausius;
- c) el cambio de entropía del depósito frío;
- d) si la máquina es posible;
- e) la temperatura del depósito frío con la que la eficiencia de Carnot sería 0.52.

Resolución.

1. Kelvin: $T_A = 1000.15$ K y $T_B = 400.15$ K.
2. a) $|Q_A| = 200 + 125 = 325$ kJ, así que $\eta = \frac{200}{325} = \mathbf{0.6154}$.
3. b) Clausius: $\frac{325\,000}{1000.15} - \frac{125\,000}{400.15} = 324.95 - 312.38 = \mathbf{+12.57\ J/K > 0}$: **no** se cumple.
4. c) El depósito frío recibe 125 kJ: $\Delta S_B = \frac{125\,000}{400.15} = \mathbf{+312.38\ J/K}$.
5. d) $\eta_C = 1 - \frac{400.15}{1000.15} = 0.5999 < 0.6154$: la máquina es **imposible**.
6. e) Con $\eta_C = 0.52$: $T_B = (1 - 0.52)(1000.15) = \mathbf{480.07\ K}$.

> Este planteamiento se ha repetido en distintos semestres, con los mismos datos y otros incisos; véase el ejercicio 3.5.1.

3.5 Ejercicios de examen (resueltos)

Ejercicio 3.5.1 · Máquina cíclica entre 727 °C y 127 °C

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo B, problema 2.

Es el mismo planteamiento que el ejemplo 3.4.

Una máquina cíclica opera entre dos depósitos:

- recibe 325 000 J de un depósito a 727 °C;
- rechaza 125 kJ hacia un depósito a 127 °C;
- produce 200 kJ de trabajo.

Determine:

- a) la eficiencia teórica máxima con esos depósitos;
- b) la eficiencia térmica del ciclo;

- c) la potencia, si el ciclo dura un minuto;
- d) si se cumple la desigualdad de Clausius;
- e) ΔS del depósito de temperatura alta.

Resolución.

1. $T_A = 1000.15$ K y $T_B = 400.15$ K.
2. a) $\eta_C = 1 - \frac{400.15}{1000.15} = \mathbf{0.6}$ (0.5999).
3. b) $\eta = \frac{200}{325} = \mathbf{0.6154}$, mayor que η_C: la máquina es imposible.
4. c) $\dot{W} = \frac{200\,000}{60} = \mathbf{3.333\ kW}$.
5. d) $\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{325\,000}{1000.15} + \frac{-125\,000}{400.15} = \mathbf{+12.57\ J/K > 0}$: **no** se cumple.
6. e) El depósito alto **cede** 325 kJ: $\Delta S_A = \frac{-325\,000}{1000.15} = \mathbf{-324.95\ J/K}$.

Ejercicio 3.5.2 · Refrigerador de Carnot en toneladas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo B, problema 3.

Una tonelada de refrigeración es la absorción de 211 kJ/min desde una fuente fría. Una máquina frigorífica internamente reversible (ciclo de Carnot):

- funciona entre −23 °C y 27 °C;
- produce 8 toneladas de refrigeración.

Determine:

- a) la potencia requerida, en kW;
- b) el coeficiente de operación.

Resolución.

1. 1 ton $= \frac{211}{60} = 3.517$ kW, así que $\dot{Q}_B = 8(3.517) = 28.13$ kW.
2. $T_A = 300.15$ K y $T_B = 250.15$ K.
3. b) $\beta = \frac{T_B}{T_A - T_B} = \frac{250.15}{50} = \mathbf{5.003}$.
4. a) $\dot{W} = \frac{\dot{Q}_B}{\beta} = \frac{28.136}{5.003} = \mathbf{5.624\ kW}$.

Ejercicio 3.5.3 · Aire acondicionado de Carnot

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo B, problema 3.

Un aire acondicionado con el rendimiento de una máquina de Carnot:

- mantiene una habitación a 21 °C con el exterior a 38 °C;
- retira 15 kW de la habitación.

Determine:

- a) la potencia mecánica requerida;
- b) ΔS del exterior durante un minuto de operación.

Resolución.

1. $T_A = 311.15$ K (exterior) y $T_B = 294.15$ K (habitación).
2. $\beta_C = \frac{294.15}{311.15 - 294.15} = 17.303$.
3. a) $\dot{W} = \frac{15}{17.303} = \mathbf{0.8669\ kW}$.
4. $\dot{Q}_A = 15 + 0.8669 = 15.867$ kW; en 60 s, $Q_A = 952.01$ kJ.

5. b) El exterior recibe calor: $\Delta S_{ext} = \frac{952\,014}{311.15} = \mathbf{+3.0597\ kJ/K}$.
6. Comprobación: la habitación pierde $\frac{15\,000(60)}{294.15} = 3.0597$ kJ/K, así que $\Delta S_{total} = 0$ (Carnot es reversible).

Ejercicio 3.5.4 · Hielo y agua en recipiente adiabático

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo A, problema 2.

El inciso a) se resolvió en la Unidad 1, ejercicio 1.5.9.

En un recipiente adiabático a 101 325 Pa se mezcla hielo a −15 °C con 560 g de agua líquida a 30 °C:

- $c_{hielo} = 2220$, $c_{agua} = 4186$ J/(kg °C), $h_{fus} = 333$ kJ/kg;
- la temperatura de equilibrio es 20 °C.

Determine:

- a) la masa de hielo;
- b) ΔS del agua líquida;
- c) ΔS del agua originalmente sólida;
- d) si se cumple el principio de incremento de entropía, y el tipo de proceso.

Resolución.

1. a) $\sum Q = 0$: $m_H[2220(15) + 333\,000 + 4186(20)] = 0.56(4186)(10)$, de donde $m_H = \frac{23\,441.6}{450\,020} = \mathbf{0.0521\ kg}$.
2. b) $\Delta S_L = 0.56(4186)\ln\frac{293.15}{303.15} = \mathbf{-78.63\ J/K}$.
3. c) Tres tramos: $0.0521(2220)\ln\frac{273.15}{258.15} = 6.53$; $\frac{0.0521(333\,000)}{273.15} = 63.52$; $0.0521(4186)\ln\frac{293.15}{273.15} = 15.41$. Entonces $\Delta S_H = \mathbf{85.46\ J/K}$.
4. d) $\Delta S_{aislado} = -78.63 + 85.46 = \mathbf{+6.83\ J/K > 0}$: sí se cumple; el proceso es **irreversible**. (Con m_H sin redondear: 6.81 J/K.)

Ejercicio 3.5.5 · Níquel y agua

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo B, problema 2.

El inciso a) se resolvió en la Unidad 1, ejercicio 1.5.10.

En un recipiente aislado se mezclan:

- 180 g de níquel en equilibrio con el ambiente (22 °C);
- 60 g de agua a 50 °C;
- $c_{Ni} = 445$ y $c_{agua} = 4186$ J/(kg K).

Determine:

- a) la temperatura de equilibrio;
- b) ΔS del contenido del recipiente.

Resolución.

1. a) $T_{eq} = \frac{0.18(445)(22)+0.06(4186)(50)}{0.18(445)+0.06(4186)} = \frac{14\,320.2}{331.26} = \mathbf{43.23\ °C}$ (316.38 K).
2. b) Níquel: $0.18(445)\ln\frac{316.38}{295.15} = +5.564$ J/K.
3. Agua: $0.06(4186)\ln\frac{316.38}{323.15} = -5.318$ J/K.

4. $\Delta S_T =$ **+0.246 J/K** (mayor que cero: irreversible). Es una resta de números parecidos: con T_{eq} sin redondear sale 0.2455 J/K.

Ejercicio 3.5.6 · Fundir plata en un horno

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo B, problema 3.

En un crisol de capacidad térmica despreciable se funden 50 kg de plata sólida en un horno a 1400 °C constante:

- $T_{fus} = 962$ °C y $h_{fus} = 88.3$ kJ/kg;
- horno y plata forman un sistema aislado.

Determine:

- a) ΔS de la plata, si se funde y se retira de inmediato;
- b) ΔS del horno;
- c) si se verifica el principio de incremento de entropía.

Resolución.

1. $T_H = 1673.15$ K y $T_{fus} = 1235.15$ K; $Q_{Ag} = 50(88\,300) = 4415$ kJ.
2. a) $\Delta S_{Ag} = \frac{4\,415\,000}{1235.15} =$ **+3574.46 J/K**.
3. b) El horno cede calor: $\Delta S_H = \frac{-4\,415\,000}{1673.15} =$ **−2638.74 J/K**.
4. c) $\Delta S_{aislado} = 3574.46 - 2638.74 =$ **+935.73 J/K > 0**: **sí** se cumple. Es irreversible porque el calor pasa con una diferencia finita de temperatura.

Ejercicio 3.5.7 · Expansión isotérmica de aire

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 3.

El inciso a) se resolvió en la Unidad 2, ejercicio 2.5.7.

1.4 kg de aire ($R = 286.7$ J/(kg K)) a 1.5 MPa y 900 K se expanden isotérmica y reversiblemente hasta 18 veces el volumen inicial. Determine:

- a) el calor, e indique si el aire lo recibe o lo entrega;
- b) ΔS del aire.

Resolución.

1. $\Delta U = 0$, así que $Q = -W$.
2. $W = -mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = -1.4(286.7)(900)\ln 18 = -1044.12$ kJ.
3. a) $Q =$ **+1044.12 kJ**: el aire **recibe** calor.
4. b) $\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{1\,044\,124}{900} =$ **+1160.14 J/K**.

Ejercicio 3.5.8 · Nitrógeno en tanque rígido

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 2.

El inciso a) se resolvió en la Unidad 2, ejercicio 2.5.5.

Un depósito rígido contiene N_2 a 100 kPa y 17 °C:

- una rueda de paletas hace 6900 J de trabajo de eje hasta que la presión es 130 kPa;
- hay una pérdida de calor de 1 kJ; el ambiente está a 27 °C;
- para el N_2: $R = 296.8$, $c_v = 743$, $c_p = 1039.8$ J/(kg K) (valores de la resolución publicada).

Determine:

- a) la masa;
- b) ΔS del nitrógeno.

Resolución.

1. Depósito rígido: $T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1} = 290.15(1.3) = 377.195$ K.
2. $\Delta U = Q + W = -1000 + 6900 = 5900$ J.
3. a) $m = \frac{\Delta U}{c_v \Delta T} = \frac{5900}{743(87.045)} = \mathbf{0.0912\ kg}$.
4. b) $\Delta S = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} - mR \ln \frac{P_2}{P_1} = 0.0912[1039.8 \ln 1.3 - 296.8 \ln 1.3] = \mathbf{17.78\ J/K}$. Es igual a $mc_v \ln \frac{T_2}{T_1}$, porque el volumen es constante.

3.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.3**.

Ejercicio propuesto 3.6.1

Adaptado de: segundo examen final 2019-2, problema 2.

Un ciclo de Carnot opera con $T_A = 300$ °C y $T_B = 75$ °C. Datos:

- 1⟶2: $Q = 20$ kJ, $W = -20$ kJ;
- 2⟶3: $W = -7$ kJ;
- 3⟶4: $\Delta S = -34.89$ J/K;
- 4⟶1: $W = 7$ kJ, $\Delta U = 7$ kJ.

Determine:

- a) la tabla completa de Q, W, ΔU y ΔS;
- b) la eficiencia.

Resultado: $\Delta S_{12} = 34.89$ J/K; $Q_{34} = -12.147$ kJ, $W_{34} = +12.147$ kJ; $\Delta U_{23} = -7$ kJ; $\eta_C = 0.3926$.

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

Ejercicio propuesto 3.6.2

Adaptado de: segundo examen final 2020-1, problema 2.

Un ciclo de Carnot con aire opera con $T_A = 59.85$ °C y $T_B = 20$ °C, y recibe $Q_{12} = 153.795$ kJ en la expansión isotérmica. Determine:

- a) la eficiencia;
- b) ΔS_{34}.

Resultado: 0.1197; −461.85 J/K.

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

Ejercicio propuesto 3.6.3

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno vespertino, problema 2.

Un ciclo opera con 1 mol de aire ($M = 28.966$ g/mol, $R = 287$, $c_p = 1005$ J/(kg K)):

- A⟶B: isotérmica, de $V_A = 0.01$ a $V_B = 0.05$ m³;
- B⟶C: isobárica a 1 atm, hasta $V_C = 0.01$ m³;
- C⟶A: isométrica.

Determine ΔS de cada proceso.

Resultado: $\Delta S_{AB} = 13.38$ J/K; $\Delta S_{BC} = -46.85$ J/K; $\Delta S_{CA} = +33.47$ J/K.

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 85.

Ejercicio propuesto 3.6.4

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno matutino, problema 2 d).

Con los estados del ejercicio 2.6.2 de la Unidad 2, determine la eficiencia de Carnot entre las mismas temperaturas límite.

Resultado: 0.375.

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

Ejercicio propuesto 3.6.5

Adaptado de: segundo examen final 2019-1, problema 2 b).

Por un conducto circula aire ($R = 0.287$, $c_p = 1.005$ kJ/(kg K)). Entrada: 5 bar y 320 K; salida: 1 bar y 300 K. Determine Δs. (El inciso a) está en la Unidad 2, ejercicio 2.6.4.)

Resultado: 397.05 J/(kg K).

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

3.7 Errores frecuentes

1. **Temperaturas en °C.** Siempre en kelvin (+273.15); con °C, Carnot da resultados sin sentido.
2. **Signo de Q del depósito:** el depósito frío **recibe** calor, así que $\Delta S_B > 0$; para la máquina ese mismo Q_B es negativo. El depósito caliente (u horno) **cede** calor: $\Delta S < 0$.
3. $\eta > 1$ **o** $\eta > \eta_C$**:** es un error de cuentas o una máquina imposible. Hay que decirlo.
4. **Tabla de Carnot:** no se inventan valores; se usan las cinco reglas de 3.3.2.
5. **Logaritmo negativo:** $\ln \frac{T_2}{T_1}$ con $T_2 < T_1$ da negativo, y es correcto.
6. **Refrigerador contra máquina:** $\beta = \frac{T_B}{T_A - T_B}$ (no $1 - \frac{T_B}{T_A}$) y puede ser mayor que 1. En el aire acondicionado, T_B es la **habitación**, no el exterior.
7. **Potencias contra energías:** si piden ΔS «durante un minuto», multiplica $\dot{Q}$ por 60 s antes de dividir entre T.
8. **Fusión:** el término $\frac{mh_{fus}}{T}$ va con T_{fus} en **kelvin** (273.15 K para el hielo) y h_{fus} en J/kg.
9. **Principio de incremento:** se suma la entropía de **todo** lo aislado (agua y hielo, plata y horno). Un ΔS negativo de una parte no viola nada.

3.8 Formulario de emergencia de la unidad

- $|Q_A| = |W| + |Q_B| \cdot \eta = |W|/|Q_A| \cdot \eta_C = 1 - T_B/T_A$
- $\beta = |Q_B|/|W| \cdot \beta_C = T_B/(T_A - T_B) \cdot COP_{BC} = |Q_A|/|W| = T_A/(T_A - T_B) \cdot 1$ ton $= 211$ kJ/min

- $\oint \delta Q/T \leq 0 \cdot \Delta S_{aislado} \geq 0 \cdot \Delta S_{ciclo} = 0$
- $\Delta S_{dep} = Q/T \cdot \Delta S_{fus} = mh_{fus}/T_{fus} \cdot$ sólido o líquido: $mc\ln(T_2/T_1)$
- Gas: isotérmico $mR\ln(V_2/V_1)$ · isobárico $mc_p\ln(T_2/T_1)$ · isométrico $mc_v\ln(T_2/T_1)$ · general $mc_p\ln(T_2/T_1) - mR\ln(P_2/P_1)$
- Tabla del ciclo de Carnot (sección 3.1)

3.9 Procedimiento recomendado en el examen

1. Temperaturas en kelvin, en una línea aparte.
2. Balance $|Q_A| = |W| + |Q_B|$.
3. η real contra η_C (o β contra β_C), con la frase de conclusión.
4. Cada ΔS con su signo e interpretación («aumenta porque recibe calor»).
5. En sistemas aislados: lista de partes, ΔS de cada una, suma y la frase «> 0, irreversible: sí se cumple el principio».

Si no se encuentra el camino, escribe $\eta_C = 1 - T_B/T_A$ (o $\beta_C = T_B/(T_A - T_B)$) con números y el enunciado de Clausius. En la tabla de Carnot, llena primero las celdas inmediatas (los ceros de los isotérmicos y adiabáticos). En entropía de mezclas, escribe la fórmula de cada tramo aunque falte la masa. El planteamiento correcto también cuenta.

Unidad 4 · Ciclos termodinámicos: Otto, Diesel y Rankine

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno conocerá los ciclos termodinámicos fundamentales empleados en la transformación de la energía.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 7 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014. En los finales de 2019 y 2020 no se preguntaron Otto, Diesel ni Rankine.
- **Requisitos:** gas ideal y procesos (Unidad 2) y entropía (Unidad 3).
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas para esta unidad.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 4.1 con la tabla de relaciones isoentrópicas a la vista (15 min).
  2. Sigue el ejemplo 4.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 4.5 con cronómetro (25 min cada uno).

4.1 Conceptos y expresiones

Ciclo. Es una secuencia de procesos que regresa al estado inicial. El gas recibe calor en una parte, entrega trabajo y rechaza calor en otra. En el examen se piden P, v y T en cada estado, el calor y el trabajo de cada proceso, la eficiencia y el Δs de cada proceso.

- El aire se trata como **gas ideal** ($Pv = RT$) y cada proceso es uno de los de la Unidad 2.
- **Motor de gasolina (Otto):** la chispa enciende la mezcla tan rápido que el pistón casi no se mueve; el calor entra **a volumen constante**.
- **Motor diésel (Diesel):** se comprime solo aire hasta que el combustible se enciende al inyectarlo; mientras se inyecta, el pistón baja y la presión se mantiene; el calor entra **a presión constante**.
- **Central termoeléctrica de vapor (Rankine):** caldera → turbina → condensador → bomba → caldera.

Propiedades del aire.

Constante	Finales 2012–2014	Finales 2019–2020	Unidad en el SI
R	286.7	287	[J/(kg K)]
c_v	717	718	[J/(kg K)]
c_p	1003.7	1005	[J/(kg K)]
$k = c_p/c_v$	1.4	1.4	adimensional, [1]

Relación de compresión. $r = \frac{v_1}{v_2} = \frac{V_1}{V_2} > 1$.

Proceso isoentrópico (adiabático reversible).

$$P v^k = \text{cte}, \qquad T_2 = T_1 r^{k-1}, \qquad P_2 = P_1 r^k, \qquad \Delta s = 0$$

$$w = \Delta u = c_v\,(T_f - T_i) = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{k - 1}$$

Con la convención de signos del curso, $w = -\int P\,dv$: en una compresión $w > 0$ y en una expansión $w < 0$.

Los dos ciclos de aire.

Ciclo	Procesos	Calor suministrado (2⟶3)	Expresiones propias
Otto	1⟶2 isoentrópico, 2⟶3 isométrico, 3⟶4 isoentrópico, 4⟶1 isométrico	$q_{23} = c_v(T_3 - T_2)$	$\eta = 1 - r^{1-k}$
Diesel	1⟶2 isoentrópico, 2⟶3 isobárico, 3⟶4 isoentrópico, 4⟶1 isométrico	$q_{23} = c_p(T_3 - T_2)$	corte $r_c = \frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2}$; $T_4 = T_1 r_c^{\,k}$

Trabajo neto y eficiencia.

$$w_{neto} = \sum w \ (< 0 \text{ en un ciclo motor}), \qquad \eta = \frac{|w_{neto}|}{q_{sum}} = 1 - \frac{|q_{sale}|}{q_{sum}}, \qquad \sum \Delta s = 0$$

q_{sum} es la suma de los calores **positivos** (los que entran).

Ciclo de Rankine básico. Sistema abierto en régimen permanente, por unidad de masa y sin cambios de energía cinética ni potencial: $q + w = \Delta h$ en cada equipo.

Equipo	Proceso	Expresión
Turbina	1⟶2, adiabática	$w_{12} = h_2 - h_1 < 0$
Condensador	2⟶3, $w = 0$	$q_{23} = h_3 - h_2 < 0$
Bomba	3⟶4, adiabática, líquido incompresible	$w_{34} = v_3(P_4 - P_3) = h_4 - h_3 > 0$
Caldera	4⟶1, $w = 0$	$q_{41} = h_1 - h_4 > 0$

Variación de entropía por unidad de masa.

Proceso	Δs
Isoentrópico (adiabático reversible)	0
Isométrico	$c_v \ln \frac{T_f}{T_i}$
Isobárico	$c_p \ln \frac{T_f}{T_i}$
Isotérmico	$R \ln \frac{v_f}{v_i}$
General	$c_v \ln \frac{T_f}{T_i} + R \ln \frac{v_f}{v_i} = c_p \ln \frac{T_f}{T_i} - R \ln \frac{P_f}{P_i}$

En Otto y Diesel, $\Delta s_{12} = \Delta s_{34} = 0$ y $\Delta s_{41} = -\Delta s_{23}$, porque el ciclo suma cero.

4.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«ciclo de Otto», «relación de compresión», «calor en la combustión o ignición», «isométrico»	ciclo de Otto	4.3.1 y 4.3.2
«ciclo de Diesel», «admisión de combustible», «temperatura máxima al recibir calor»	ciclo de Diesel	4.3.1 y 4.3.3
«un ingeniero desarrolló un ciclo…», gráfica P–v o tabla de estados con procesos isotérmicos, isométricos, isobáricos o adiabáticos	ciclo a la medida	4.3.4
«planta de vapor», «ciclo de Rankine», «turbina, condensador, bomba», tabla con h	ciclo de Rankine	4.3.5
«variación de entropía específica en cada proceso»	tabla de Δs	4.3.6

4.3 Procedimientos

4.3.1 Estado 1 y relaciones isoentrópicas

1. Pasa los datos al SI: kPa a Pa, bar a 10^5 Pa, °C a K, kJ/kg a J/kg.
2. Estado 1: $v_1 = \frac{RT_1}{P_1}$. Si hay masa, usa V_1 y mR.
3. Compresión isoentrópica 1⟶2: $v_2 = \frac{v_1}{r}$, $P_2 = P_1 r^k$, $T_2 = T_1 r^{k-1}$ (o $T_2 = \frac{P_2 v_2}{R}$).
4. Expansión isoentrópica 3⟶4, con $v_4 = v_1$: $P_4 = P_3 \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^k$ y $T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{k-1}$.
5. Trabajo de cada proceso adiabático: $w = \Delta u = c_v(T_f - T_i)$.

4.3.2 Ciclo de Otto

1. Aplica los pasos 2 y 3 de 4.3.1.
2. Combustión: $T_3 = T_2 + \frac{q_{23}}{c_v}$ $(= T_{\text{máx}})$; $v_3 = v_2$; $P_3 = \frac{RT_3}{v_2}$ $(= P_{\text{máx}})$.
3. Expansión: $T_4 = \frac{T_3}{r^{k-1}}$ y $v_4 = v_1$.
4. Calor rechazado: $q_{41} = c_v(T_1 - T_4) < 0$.
5. $w_{neto} = w_{12} + w_{34} = -(q_{23} + q_{41})$ y $\eta = \frac{|w_{neto}|}{q_{23}}$. Comprueba con $\eta = 1 - r^{1-k}$.

4.3.3 Ciclo de Diesel

1. Aplica los pasos 2 y 3 de 4.3.1. $P_3 = P_2$ $(= P_{\text{máx}})$.
2. Calor: $T_3 = T_2 + \frac{q_{23}}{c_p}$, o bien $q_{23} = c_p(T_3 - T_2)$ si se da $T_3 = T_{\text{máx}}$.
3. $v_3 = \frac{RT_3}{P_3}$; corte $r_c = \frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2}$.
4. Expansión hasta $v_4 = v_1$: $P_4 = P_3 \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^k$ y $T_4 = \frac{P_4 v_1}{R}$ (atajo: $T_4 = T_1 r_c^k$).
5. $w_{23} = -P_2(v_3 - v_2)$; $q_{41} = c_v(T_1 - T_4)$; $\eta = 1 - \frac{|q_{41}|}{q_{23}}$.
6. Con **masa** en lugar de valores por kilogramo: mismas expresiones con V, mR y $Q = mc_p\Delta T$.

4.3.4 Ciclo a la medida (tabla o gráfica P–v)

1. Copia la tabla de estados y marca qué se conserva en cada proceso: v en los isométricos, P en los isobáricos, T en los isotérmicos.
2. Llena los huecos con $Pv = RT$ (o $PV = mRT$, con mR calculado una sola vez). En los adiabáticos, $P_2 v_2^k = P_3 v_3^k$.
3. Calcula w, q y Δu de cada proceso con las expresiones de la Unidad 2.
4. $w_{neto} = \sum w$; q_{sum} es la suma de los q positivos; $\eta = \frac{|w_{neto}|}{q_{sum}}$.

4.3.5 Ciclo de Rankine básico

Estados: 1 sale de la caldera (vapor), 2 sale de la turbina, 3 sale del condensador (líquido), 4 sale de la bomba.

1. Escribe la primera ley de cada equipo: $q + w = \Delta h$.
2. Turbina: $w_{12} = h_2 - h_1$. Condensador: $q_{23} = h_3 - h_2$. Bomba: $w_{34} = v_3(P_4 - P_3)$. Caldera: $q_{41} = h_1 - h_4$.
3. $w_{neto} = w_{12} + w_{34}$ y $\eta = \frac{|w_{neto}|}{q_{41}}$.
4. Comprueba: $q_{23} = -(q_{41} + w_{12} + w_{34})$.
5. No se necesitan tablas de vapor: el examen da las h (y el v del líquido). Si falta una h, despéjala de otro balance, por ejemplo $h_3 = h_4 - w_{34}$.

4.3.6 Variación de entropía en cada proceso

1. Escribe **0** en los procesos isoentrópicos.
2. Usa la tabla de 4.1 según el proceso.
3. En Otto y Diesel, obtén el último con $\sum \Delta s = 0$.

4.4 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo B, problema 3.

Un ciclo de Otto ideal opera con aire:

- relación de compresión $r = 12$;
- al inicio de la compresión, $P_1 = 0.9$ bar y $T_1 = 27$ °C;
- en la ignición (proceso isométrico 2⟶3) recibe 1780 kJ/kg.

Determine:

- a) la presión y la temperatura al final de la compresión;
- b) la temperatura máxima;
- c) el trabajo en la expansión;
- d) la eficiencia;
- e) el Δs de los cuatro procesos.

Resolución.

1. Datos en el SI: $P_1 = 90\,000$ Pa, $T_1 = 300.15$ K, $q_{23} = 1.78 \times 10^6$ J/kg; $R = 286.7$, $c_v = 717$, $k = 1.4$.
2. a) Compresión isoentrópica: $P_2 = 90\,000(12)^{1.4} =$ **2918.07 kPa**; $T_2 = 300.15(12)^{0.4} =$ **810.98 K**.
3. b) Ignición isométrica: $T_3 = 810.98 + \frac{1\,780\,000}{717} =$ **3293.54 K**.

4. Volúmenes: $v_1 = \frac{286.7(300.15)}{90\,000} = 0.9561$ m³/kg $= v_4$; $v_2 = \frac{v_1}{12} = 0.0797$ m³/kg $= v_3$; $P_3 = \frac{286.7(3293.54)}{0.0797} = 11.85$ MPa.
5. c) Expansión isoentrópica: $T_4 = \frac{3293.54}{12^{0.4}} = 1218.97$ K, de donde $w_{34} = c_v(T_4 - T_3) = 717(1218.97 - 3293.54) =$ **−1487.5 kJ/kg**. Es negativo porque el gas entrega trabajo.
6. d) $w_{12} = c_v(T_2 - T_1) = 717(810.98 - 300.15) = 366.3$ kJ/kg, así que $w_{neto} = 366.3 - 1487.5 = -1121.2$ kJ/kg y $\eta = \frac{1121.2}{1780} =$ **0.630 (63.0 %)**. Comprobación: $1 - 12^{-0.4} = 0.6299$.
7. e) $\Delta s_{12} = \Delta s_{34} =$ **0**; $\Delta s_{23} = 717 \ln \frac{3293.54}{810.98} =$ **+1004.86 J/(kg K)**; $\Delta s_{41} =$ **−1004.86 J/(kg K)**.

Este problema incluye todos los pasos de un ciclo de Otto; los ejercicios 4.5.1 a 4.5.3 son variantes de Otto y Diesel.

4.5 Ejercicios de examen (resueltos)

Ejercicio 4.5.1 · Otto: presión y temperatura máximas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo A, problema 3.

Un ciclo de Otto opera con aire:

- relación de compresión $r = 12$;
- al inicio de la compresión, 95 kPa y 20 °C;
- en la combustión se suministran 240 kJ/kg.

Determine:

- a) la presión y la temperatura máximas;
- b) el Δs en cada proceso.

Resolución.

1. $T_1 = 293.15$ K. $v_1 = \frac{286.7(293.15)}{95\,000} = 0.8847$ m³/kg; $v_2 = \frac{v_1}{12} = 0.07372$ m³/kg.
2. $P_2 = 95\,000(12)^{1.4} = 3080.19$ kPa; $T_2 = 293.15(12)^{0.4} = 792.07$ K.
3. a) $T_3 = 792.07 + \frac{240\,000}{717} =$ **1126.80 K**; $P_3 = \frac{286.7(1126.80)}{0.07372} =$ **4381.9 kPa**.
4. b) $\Delta s_{12} = \Delta s_{34} =$ **0**; $\Delta s_{23} = 717 \ln \frac{1126.80}{792.07} =$ **+252.73 J/(kg K)**; $\Delta s_{41} =$ **−252.73 J/(kg K)**.

Ejercicio 4.5.2 · Diesel por unidad de masa

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 3.

Un ciclo reversible de Diesel opera con aire:

- al inicio de la compresión adiabática, 200 kPa y 25 °C;
- relación de compresión $r = 15$;
- la temperatura máxima, al recibir calor, es 1110 K.

Determine:

- a) la presión y el volumen específico al inicio del proceso isobárico;
- b) la presión y la temperatura al final de la expansión adiabática;
- c) el Δs desde el inicio de la expansión adiabática hasta el inicio de la compresión adiabática.

Resolución.

1. $T_1 = 298.15$ K; $v_1 = \frac{286.7(298.15)}{200\,000} = 0.4274$ m³/kg.
2. a) $P_2 = 200\,000(15)^{1.4} =$ **8862.5 kPa**; $v_2 = \frac{0.4274}{15} =$ **0.02849 m³/kg**.
3. $P_3 = P_2$; $v_3 = \frac{286.7(1110)}{8.8625\times10^6} = 0.03591$ m³/kg.
4. b) $P_4 = 8.8625\times10^6\left(\frac{0.03591}{0.4274}\right)^{1.4} =$ **276.5 kPa**; $T_4 = \frac{276\,479(0.4274)}{286.7} =$ **412.2 K**.
5. c) $\Delta s_{31} = \Delta s_{34} + \Delta s_{41} = 0 + 717\ln\frac{298.15}{412.16} =$ **−232.2 J/(kg K)**.

Ejercicio 4.5.3 · Diesel con masa

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo A, problema 3.

Un ciclo de Diesel reversible opera con aire:

- masa de aire: 4.2 g;
- relación de compresión $r = 15$;
- calor suministrado: 7.5 kJ;
- al inicio de la compresión adiabática: 3.8 L, 0.095 MPa y 27 °C.

Determine:

- a) la presión y la temperatura máximas;
- b) el ΔS del aire durante la admisión de combustible.

Resolución.

1. a) $P_{máx} = P_2 = 95\,000(15)^{1.4} =$ **4209.7 kPa**.
2. $V_2 = \frac{0.0038}{15} = 2.5333\times10^{-4}$ m³; $T_2 = \frac{P_2V_2}{mR} = \frac{4\,209\,702(2.5333\times10^{-4})}{0.0042(286.7)} = 885.66$ K.
3. Proceso isobárico: $T_{máx} = T_3 = 885.66 + \frac{7500}{0.0042(1003.7)} =$ **2664.79 K**.
4. b) $\Delta S_{23} = mc_p\ln\frac{T_3}{T_2} = 0.0042(1003.7)\ln\frac{2664.79}{885.66} =$ **+4.644 J/K**.

> Con $T_2 = T_1 r^{0.4}$ se obtiene 886.7 K: los datos de 3.8 L y 27 °C no son exactamente consistentes con 4.2 g. Aquí se sigue el camino de la resolución publicada, con $PV = mRT$.

Ejercicio 4.5.4 · Ciclo isotérmico-isométrico con tabla

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo A, problema 2.

Un ciclo opera con 5 g de aire:

- $V_1 = 4V_2$ y $T_1 = 25$ °C;
- procesos: 1⟶2 isotérmico, 2⟶3 isométrico, 3⟶4 isotérmico, 4⟶1 isométrico;
- estado 1: 77 000 Pa, 5.55×10^{-3} m³, 298.15 K;
- estado 2: 308 000 Pa;
- estado 4: 154 000 Pa, 596.23 K;
- $c_v = 717$ J/(kg K).

Determine:

- a) la presión y la temperatura máximas;
- b) W_{34}, y explique su signo;
- c) el ΔS en la compresión isotérmica;

- d) W_{neto};
- e) la eficiencia.

Resolución.

1. $V_2 = V_3 = \frac{5.55\times10^{-3}}{4} = 1.3875\times10^{-3}$ m³; $mR = \frac{308\,000(1.3875\times10^{-3})}{298.15} = 1.4333$ J/K.
2. a) $T_{\text{máx}} = T_3 = T_4 =$ **596.23 K**; $P_{\text{máx}} = P_3 = \frac{308\,000(596.23)}{298.15} =$ **615.93 kPa**.
3. b) $W_{34} = -mRT_3 \ln\frac{V_4}{V_3} = -1.4333(596.23)\ln 4 =$ **−1184.7 J**. Es negativo porque el gas se **expande** y entrega trabajo.
4. c) $\Delta S_{12} = mR\ln\frac{1}{4} =$ **−1.987 J/K**.
5. d) $W_{12} = -mRT_1\ln\frac{1}{4} = +592.4$ J; en los isométricos $W = 0$. Entonces $W_{neto} =$ **−592.3 J**.
6. e) Entra calor en 2⟶3, $Q = mc_v\Delta T = 0.005(717)(298.08) = 1068.6$ J, y en 3⟶4, $Q = -W_{34} = 1184.7$ J. Así, $Q_{sum} = 2253.3$ J y $\eta = \frac{592.3}{2253.3} =$ **26.28 %**.

Ejercicio 4.5.5 · Ciclo con dos isométricos, un isobárico y un adiabático

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 3.

Un ciclo de aire (gas ideal) se representa en una gráfica P–v:

- estado 1: 100 kPa, $v = 1$ m³/kg, 350 K;
- 1⟶2: isométrico hasta 500 kPa;
- 2⟶3: expansión adiabática hasta $v = 3$ m³/kg;
- 3⟶4: isométrico hasta 100 kPa;
- 4⟶1: isobárico.

Determine:

- a) el calor por unidad de masa en 1⟶2;
- b) el Δu en el proceso adiabático;
- c) el trabajo neto por unidad de masa.

Resolución.

1. a) $T_2 = \frac{P_2v_1}{R} = \frac{500\,000(1)}{286.7} = 1743.98$ K, de donde $q_{12} = c_v(T_2 - T_1) = 717(1743.98 - 350) =$ **999.5 kJ/kg** (cerca de 1000).
2. b) $P_3 = 500\,000\left(\frac{1}{3}\right)^{1.4} = 107\,399$ Pa; $T_3 = \frac{107\,399(3)}{286.7} = 1123.81$ K, de donde $\Delta u_{23} = 717(1123.81 - 1743.98) =$ **−444.66 kJ/kg**.
3. c) $w_{23} = \Delta u_{23} = -444.66$ kJ/kg; $w_{41} = -P(v_1 - v_4) = -100\,000(1 - 3) = +200$ kJ/kg; en los isométricos $w = 0$. Entonces $w_{neto} =$ **−244.66 kJ/kg**.

> Con $Pv = RT$, el estado 1 daría 348.8 K, no 350 K. Se usa el valor de 350 K que da el enunciado, igual que en la resolución publicada.

Ejercicio 4.5.6 · Ciclo de Rankine

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo B, problema 4.

Una planta de vapor opera con un ciclo básico de Rankine:

- estado 1: 2500 kPa, $h = 2\,803\,100$ J/kg;
- estado 2: 20 kPa, $h = 1\,984\,880$ J/kg;
- estado 3: 20 kPa, $v = 0.001$ m³/kg;
- estado 4: 2500 kPa, $h = 194\,350$ J/kg;

- trabajo de la bomba: $w_{34} = 2480$ J/kg;
- $\Delta E_c \approx 0$ y $\Delta E_p \approx 0$.

Determine:

- a) v_4;
- b) el trabajo de la turbina;
- c) el calor que cede el agua en el condensador;
- d) la eficiencia.

Resolución.

1. a) Líquido incompresible: $v_4 = v_3 = \frac{w_{34}}{P_4 - P_3} = \frac{2480}{(2500-20)\times 10^3} = \mathbf{0.001\ m^3/kg}$.
2. b) Turbina adiabática: $w_{12} = h_2 - h_1 = 1984.88 - 2803.1 = \mathbf{-818.22\ kJ/kg}$.
3. Caldera: $q_{41} = h_1 - h_4 = 2803.1 - 194.35 = 2608.75$ kJ/kg.
4. c) Balance del ciclo: $q_{23} = -(q_{41} + w_{12} + w_{34}) = -(2608.75 - 818.22 + 2.48) = \mathbf{-1793.01\ kJ/kg}$. Se obtiene lo mismo con $h_3 = h_4 - w_{34} = 191.87$ kJ/kg y $q_{23} = h_3 - h_2$.
5. d) $w_{neto} = -818.22 + 2.48 = -815.74$ kJ/kg, así que $\eta = \frac{815.74}{2608.75} = \mathbf{0.3127}$.

4.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.4**. Esta unidad no aparece en los finales de 2019 y 2020; los ejercicios siguientes usan los datos de los finales colegiados con preguntas que no se resolvieron en 4.5.

Ejercicio propuesto 4.6.1

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo A, problema 3.

Con los datos del ejercicio 4.5.1 (ciclo de Otto, $r = 12$, 95 kPa y 20 °C al inicio de la compresión, 240 kJ/kg en la combustión), determine la eficiencia del ciclo.

Resultado: $\eta = 0.630$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

Ejercicio propuesto 4.6.2

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 3.

Con los datos del ejercicio 4.5.2 (ciclo de Diesel, 200 kPa y 25 °C al inicio de la compresión, $r = 15$, temperatura máxima de 1110 K), determine:

- a) la temperatura al final de la compresión;
- b) la relación de corte r_c;
- c) el calor suministrado por unidad de masa;
- d) la eficiencia.

Resultado: $T_2 = 880.8$ K; $r_c = 1.260$; $q_{23} = 230.1$ kJ/kg; $\eta = 0.645$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

Ejercicio propuesto 4.6.3

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 3.

Con los datos del ejercicio 4.5.5 (ciclo 1⟶2 isométrico, 2⟶3 adiabático, 3⟶4 isométrico,

4⟶1 isobárico), determine la eficiencia del ciclo.

Resultado: $\eta = 24.5\,\%$.

⟶ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

4.7 Errores frecuentes

1. **Kelvin siempre.** Revisa la conversión: 20 °C son 293.15 K, no 273.15 K.
2. $r = v_1/v_2 > 1$**:** en la compresión T y P **suben** (r^{k-1}, r^k); en la expansión bajan. Si sale al revés, el cociente está invertido.
3. k **contra** $k-1$**:** la presión va con r^k y la temperatura con r^{k-1}.
4. c_v **en Otto,** c_p **en Diesel** para el calor 2⟶3. El Δu siempre va con c_v.
5. **Por unidad de masa contra total:** si el enunciado da la masa (4.2 g, 5 g), multiplica; si pide el valor «asociado a cada unidad de masa», no.
6. q_{sum} es solo el calor que **entra** (positivo).
7. **Signos:** el trabajo de expansión es negativo y w_{neto} es negativo en un ciclo motor; la eficiencia usa valores absolutos.
8. **Redondeos:** usar $v_2 = 0.0737$ en lugar de 0.07372 mueve P_3 unos kPa. Lleva al menos 4 cifras significativas.
9. **Rankine:** las h suelen venir en J/kg; pásalas a kJ/kg antes de restar. El trabajo de la bomba es pequeño (2.48 kJ/kg), pero cuenta.

4.8 Formulario de emergencia de la unidad

- $Pv = RT \cdot R = 286.7$, $c_v = 717$, $c_p = 1003.7$ J/(kg K), $k = 1.4$
- $r = v_1/v_2 \cdot T_2 = T_1 r^{k-1} \cdot P_2 = P_1 r^k \cdot Pv^k = \text{cte} \cdot w_{adiab} = c_v \Delta T$
- Otto: $q_{23} = c_v \Delta T \cdot \eta = 1 - r^{1-k}$
- Diesel: $q_{23} = c_p \Delta T \cdot r_c = T_3/T_2 \cdot T_4 = T_1 r_c^k$
- $\eta = |w_{neto}|/q_{sum} \cdot \sum \Delta s = 0 \cdot$ tabla de Δs (sección 4.1)
- Rankine: $q + w = \Delta h \cdot$ bomba $w = v\Delta P \cdot$ caldera $q = h_1 - h_4$

4.9 Procedimiento recomendado en el examen

1. Datos en unidades del SI y constantes del aire escritas (R, c_v, c_p, k).
2. Tabla de estados con P, v y T, aunque tenga huecos.
3. Para cada proceso: tipo, expresión y sustitución.
4. w_{neto}, q_{sum} y η; en Otto, comparación con $1 - r^{1-k}$.
5. Δs: ceros en los isoentrópicos y el último por $\sum \Delta s = 0$.
6. Cada resultado recuadrado.

Si no se encuentra el camino, escribe $v_1 = RT_1/P_1$, $T_2 = T_1 r^{k-1}$, $P_2 = P_1 r^k$ y la expresión del calor 2⟶3 (c_v o c_p). Eso ya es la mitad del problema. Los Δs de los procesos adiabáticos reversibles valen cero: también cuentan.

Unidad 5 · Electromagnetismo — Parte A: electrostática y fuerza sobre cargas en movimiento

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno conocerá los conceptos y leyes que le permitan comprender algunos de los fenómenos eléctricos y magnéticos, haciendo énfasis en los antecedentes necesarios para el análisis de circuitos eléctricos.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 7 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014, y también en los finales de 2019 y 2020.
- **Alcance:** esta Parte A cubre la ley de Coulomb, el campo y el potencial eléctricos, el capacitor de placas paralelas y la fuerza magnética sobre cargas en movimiento. La Parte B (campo magnético e inductancia) viene a continuación.
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas para esta parte.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 5.1 (15 min).
  2. Sigue el ejemplo 5.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 5.5 con cronómetro (20 min cada uno).

5.1 Conceptos y expresiones · Parte A

Carga, fuerza y campo. Las cargas del mismo signo se repelen y las de signo contrario se atraen.

- **Ley de Coulomb:** $F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$, con $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}$.
- **Campo eléctrico:** es la fuerza por unidad de carga, $\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}$, donde $\hat{r}$ va **de la carga al punto**. Si $q<0$, el campo apunta **hacia** la carga. La fuerza sobre una carga es $\vec{F} = q\vec{E}$.
- **Potencial eléctrico:** es la energía por unidad de carga, $V = k\frac{q}{r}$. Es un escalar con signo; $V_{AB} = V_A - V_B$.

Fuerzas y campos son **vectores** y se suman por componentes; los potenciales son **escalares** y se suman directamente.

Magnitud	Expresión	Unidad en el SI	Tipo
Fuerza eléctrica	$F = k\lvert q_1 q_2\rvert/r^2$	[N]	vector
Campo eléctrico	$\vec{E} = kq\hat{r}/r^2$	[N/C] = [V/m]	vector
Potencial	$V = kq/r$	[V] = [J/C]	escalar
Energía potencial de un par	$U = kq_1q_2/r$	[J]	escalar
Trabajo de un agente externo	$W = q_0(V_2 - V_1) = \Delta U$	[J]	escalar

Placas paralelas y capacitor.

- Campo uniforme entre las placas, de la placa + a la −: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$. No depende de la separación d.
- Diferencia de potencial: $V = Ed$.
- Capacitancia: $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ y $q = CV$. Los arreglos de capacitores se estudian en la Unidad 6.

Fuerza magnética.

- Sobre una carga en movimiento: $\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}$.
- Sobre un tramo de alambre con corriente: $\vec{F} = I\,\vec{\ell} \times \vec{B}$, con $\vec{\ell}$ en el sentido de la corriente.
- Campo de un alambre recto y largo: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$; su dirección sigue la regla de la mano derecha (pulgar en el sentido de la corriente, los dedos rodean el alambre).
- Productos cruz de los unitarios: $\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$, $\hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$, $\hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$; en orden inverso cambian de signo.

Constantes.

Constante	Valor
k	$9 \times 10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}$
ε_0	$8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/(N\,m^2)}$
μ_0	$4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\,m/A}$
carga del electrón	$-1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$
carga del protón	$+1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$

5.2 Cómo reconocer el problema · Parte A

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«fuerza eléctrica sobre Q_2 debida a Q_1 y Q_3»	suma vectorial de fuerzas de Coulomb	5.3.1
«campo eléctrico en el punto A»	suma vectorial de campos	5.3.2
«potencial» o «diferencia de potencial V_{AB}»	suma escalar de potenciales	5.3.3
«capacitor», «área», «separación»	capacitancia y $q = CV$	5.3.4
«velocidad», «campo magnético», «fuerza magnética»	$q\vec{v} \times \vec{B}$	5.3.5
«conductor recto y largo», «corriente», «campo magnético en el punto»	campo de un alambre	5.3.6
«trabajo necesario para mover la carga», «cambio de energía potencial», «energía potencial de q_2»	trabajo y energía	5.3.7

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
se da $\vec{E}$ y se pide «valor y signo de la carga»	carga a partir del campo	5.3.8
«placas planas y paralelas», «campo entre las placas»	campo uniforme	5.3.9

5.3 Procedimientos · Parte A

5.3.1 Fuerza de Coulomb con varias cargas

1. Escribe las coordenadas de cada carga y del punto **en metros** (cm entre 100).
2. Para cada par, obtén r y la dirección: en la repulsión la carga se aleja; en la atracción se acerca.
3. Calcula la magnitud $F = k|q_1 q_2|/r^2$ y asígnale su unitario ($\hat{\imath}$, $-\hat{\jmath}$…).
4. Suma por componentes.

5.3.2 Campo eléctrico

1. $\vec{r}$ = punto − carga; $r = |\vec{r}|$; $\hat{r} = \vec{r}/r$.
2. $\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}$ **con el signo de** q: así el campo de una carga negativa sale automáticamente hacia ella.
3. Si se forma un triángulo 3-4-5, el unitario es del tipo $\hat{r} = \frac{(3,-4)}{5}$; es muy frecuente.

5.3.3 Potencial

1. Calcula $V = k\frac{q}{r}$ con signo para cada carga y suma.
2. Diferencia de potencial: $V_{AB} = V_A - V_B = kq\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$ por cada carga.

5.3.4 Capacitor de placas paralelas

1. $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$, con d en metros (0.1 mm = 10^{-4} m).
2. $V = \frac{q}{C}$.
3. Si cambia C con la misma carga, calcula $d = \frac{\varepsilon_0 A}{C}$ y $V = \frac{q}{C}$ en cada caso y compara.

5.3.5 Fuerza magnética sobre una carga

1. Escribe $\vec{v}$ y $\vec{B}$ en componentes y en unidades del SI.
2. Calcula $\vec{v} \times \vec{B}$ con el determinante $\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$ o con los productos de los unitarios.
3. Multiplica por q **con su signo** (el electrón es negativo).

5.3.6 Campo de un alambre recto

1. $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, con r la distancia perpendicular al alambre.
2. Dirección con la regla de la mano derecha.
3. Si se pide la fuerza sobre un tramo de alambre: $\vec{F} = I\,\vec{\ell} \times \vec{B}$.

5.3.7 Trabajo y energía potencial

1. Calcula V en el punto inicial y en el final **solo con las cargas que permanecen fijas**; la carga que se mueve no cuenta.
2. $W_{ext} = q_0(V_f - V_i) = \Delta U$. Si es positivo, el agente empuja contra el campo; si es negativo, el campo hace el trabajo.
3. Energía de un par: $U = k\frac{q_1 q_2}{r} = q_2 V_1$, con signos (negativa si se atraen).

5.3.8 Carga desconocida a partir del campo

1. Observa hacia dónde apunta $\vec{E}$ respecto a la carga: si **se aleja**, $q > 0$; si apunta **hacia** ella, $q < 0$.
2. Si cada carga está alineada con el punto sobre un eje, cada una aporta **una sola componente**: sepáralas.
3. $|q| = \frac{E r^2}{k}$.

5.3.9 Placas paralelas

1. $E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$, uniforme, de la placa + a la −; **no depende de** d.
2. Si se pide la diferencia de potencial: $V = Ed$.
3. Después aplica $\vec{F} = q\vec{E}$ o $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ como en 5.3.5.

5.4 Ejemplo resuelto · Parte A

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno vespertino, problema 3.

Tres cargas puntuales están en el plano, con coordenadas en metros:

- $Q_1 = 25\ \mu$C en $(0, 3)$;
- $Q_2 = 60\ \mu$C en el origen;
- $Q_3 = 30\ \mu$C en $(4, 0)$;
- puntos $A(4, 3)$ y $B(2, 3)$.

Determine:

- a) la fuerza eléctrica sobre Q_2;
- b) el campo eléctrico en A debido a Q_1;
- c) el potencial en A debido a Q_3;
- d) la diferencia de potencial V_{AB} debida a Q_1.

Resolución.

1. a) Fuerza sobre Q_2:
   - de Q_1, que está 3 m arriba y la repele hacia abajo: $F = \frac{9\times10^9(25\times10^{-6})(60\times10^{-6})}{9} = 1.5$ N, es decir, $-1.5\,\hat{j}$ N;
   - de Q_3, que está 4 m a la derecha y la repele hacia la izquierda: $F = \frac{9\times10^9(60\times10^{-6})(30\times10^{-6})}{16} = 1.0125$ N, es decir, $-1.0125\,\hat{i}$ N;
   - $\vec{F}_2 = (-1.0125\,\hat{i} - 1.5\,\hat{j})$ **N**.
2. b) Q_1 está 4 m a la izquierda de A: $\vec{E}_A = \frac{9\times10^9(25\times10^{-6})}{16}\,\hat{i} = 14\,062.5\,\hat{i}$ **N/C**.
3. c) Q_3 está a $r = 3$ m de A: $V_A = \frac{9\times10^9(30\times10^{-6})}{3} =$ **90 000 V**.

4. d) $r_A = 4$ m y $r_B = 2$ m: $V_{AB} = 9\times10^9(25\times10^{-6})\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right) = \mathbf{-56\,250\ V}$.

5.5 Ejercicios de examen (resueltos) · Parte A

Ejercicio 5.5.1 · Signo de una carga a partir del campo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 6.

Una carga puntual Q está en el origen:

- en $P(0,0,3)$ cm el campo es $\vec{E}_P = -120\,\hat{k}$ kN/C.

Determine el valor y el signo de Q.

Resolución.

1. P está sobre el eje $+z$ y el campo apunta en $-\hat{k}$, es decir, **hacia** la carga: $Q < 0$.
2. $|Q| = \frac{r^2E}{k} = \frac{(0.03)^2(120\times10^3)}{9\times10^9} = 1.2\times10^{-8}$ C, así que $Q = -12$ **nC**.

Ejercicio 5.5.2 · Campo y trabajo con dos cargas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo A, problema 4.

Dos cargas puntuales están en el plano:

- $q_1 = 9$ nC en $D(5,0)$ cm;
- $q_2 = -18$ nC en $C(0,5)$ cm;
- $B(5,5)$ cm y A en el origen.

Determine:

- a) el campo eléctrico en B;
- b) el trabajo necesario para mover q_1 de D al origen.

Resolución.

1. q_1 está 5 cm abajo de B: $E_1 = \frac{9\times10^9(9\times10^{-9})}{0.05^2} = 32\,400$ N/C en $+\hat{\jmath}$ (positiva, el campo se aleja).
2. q_2 está 5 cm a la izquierda de B: $E_2 = \frac{9\times10^9(18\times10^{-9})}{0.05^2} = 64\,800$ N/C hacia ella, en $-\hat{\imath}$.
3. a) $\vec{E}_B = (-64.8\,\hat{\imath} + 32.4\,\hat{\jmath})$ **kN/C**.
4. Solo q_2 fija el potencial: $r_A = 5$ cm y $r_D = \sqrt{50} = 7.071$ cm, así que $V_A - V_D = 9\times10^9(-18\times10^{-9})\left(\frac{1}{0.05}-\frac{1}{0.07071}\right) = -948.97$ V.
5. b) $W = q_1(V_A - V_D) = 9\times10^{-9}(-948.97) = \mathbf{-8.54\ \mu J}$. Es negativo porque q_1 se acerca a la carga que la atrae: el campo hace el trabajo.

Ejercicio 5.5.3 · Fuerza, potencial y campo con dos cargas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo B, problema 4.

Dos cargas puntuales están en el plano:

- $q_1 = 10$ nC en $D(5,0)$ cm;
- $q_2 = -20$ nC en $C(0,5)$ cm;
- A en el origen y $B(5,5)$ cm.

Determine:

- a) la fuerza sobre q_2;
- b) el potencial en A;
- c) el campo eléctrico en B.

Resolución.

1. $r_{CD} = \sqrt{50}$ cm, así que $r^2 = 5 \times 10^{-3}$ m² y $F = \frac{9\times10^9(10\times10^{-9})(20\times10^{-9})}{5\times10^{-3}} = 3.6 \times 10^{-4}$ N.
2. a) Las cargas se atraen: q_2 es jalada hacia q_1, en la dirección $\frac{(5,-5)}{\sqrt{50}}$. Entonces $\vec{F}_{21} = (0.2546\,\hat{\imath} - 0.2546\,\hat{\jmath})$ **mN**.
3. b) $V_A = 9 \times 10^9 \left(\frac{10\times10^{-9}}{0.05} + \frac{-20\times10^{-9}}{0.05}\right) = 1800 - 3600 =$ **−1800 V**.
4. c) q_1, 5 cm abajo de B, aporta $+36\,000\,\hat{\jmath}$ N/C; q_2 (negativa), 5 cm a la izquierda, aporta $-72\,000\,\hat{\imath}$ N/C. Entonces $\vec{E}_B = (-72\,\hat{\imath} + 36\,\hat{\jmath})$ **kN/C**.

Ejercicio 5.5.4 · Energía potencial de un protón

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 4.

Una carga $Q = -12\ \mu$C está en el origen:

- un protón ($q = +1.6 \times 10^{-19}$ C) se lleva de $A(4, 0, 0)$ cm a $B(4, 4, 4)$ cm.

Determine el cambio de energía potencial del protón.

Resolución.

1. $r_A = 0.04$ m; $r_B = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{48} = 6.928$ cm.
2. $V_B - V_A = kQ\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = 9 \times 10^9(-12 \times 10^{-6})(14.434 - 25) = 1.1412 \times 10^6$ V.
3. $\Delta U = q(V_B - V_A) = 1.6 \times 10^{-19}(1.1412 \times 10^6) = 1.826 \times 10^{-13}$ **J** $= 0.1826$ **pJ**. Aumenta porque el protón se aleja de una carga negativa.

Ejercicio 5.5.5 · Dos cargas desconocidas a partir del campo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo B, problema 4.

Dos cargas puntuales están en el plano:

- Q_1 en $A(3, 2)$ cm;
- Q_2 en $B(0, -2)$ cm;
- en $C(3, -2)$ cm el campo total es $\vec{E}_C = (-120\,\hat{\imath} - 45\,\hat{\jmath}) \times 10^3$ N/C.

Determine:

- a) la magnitud y el signo de cada carga;
- b) el potencial en C.

Resolución.

1. A está 4 cm arriba de C, así que Q_1 solo aporta componente $\hat{\jmath}$; B está 3 cm a la izquierda de C, así que Q_2 solo aporta componente $\hat{\imath}$.
2. a) La componente $-45\,\hat{\jmath}$ apunta lejos de A, así que $Q_1 > 0$: $|Q_1| = \frac{45\times10^3(0.04)^2}{9\times10^9}$, es decir, $Q_1 = +8$ **nC**.
3. a) La componente $-120\,\hat{\imath}$ apunta hacia B, así que $Q_2 < 0$: $|Q_2| = \frac{120\times10^3(0.03)^2}{9\times10^9}$, es decir, $Q_2 = -12$ **nC**.
4. b) $V_C = 9 \times 10^9 \left(\frac{8\times10^{-9}}{0.04} - \frac{12\times10^{-9}}{0.03}\right) = 1800 - 3600 =$ **−1.8 kV**.

Ejercicio 5.5.6 · Campo, fuerza, potencial, energía y fuerza magnética

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo B, problema 2.

Dos cargas puntuales están en el plano:

- $q_1 = -q_2 = 8\ \mu$C, es decir, $q_1 = +8\ \mu$C y $q_2 = -8\ \mu$C;
- q_1 en $(0, 40)$ cm y q_2 en $(40, 0)$ cm;
- punto $P(40, 40)$ cm.

Determine:

- a) el campo eléctrico en P;
- b) la fuerza sobre $q_p = 1\ \mu$C colocada en P;
- c) el potencial en P;
- d) la energía potencial de q_2;
- e) la fuerza magnética sobre q_1 si se mueve con $\vec{v} = 25\,\hat{\imath}$ m/s en $\vec{B} = 0.6\,\hat{\jmath}$ T.

Resolución.

1. a) q_1 está 40 cm a la izquierda de P: $\frac{9\times10^9(8\times10^{-6})}{0.4^2} = 450$ kN/C en $+\hat{\imath}$. q_2 (negativa) está 40 cm abajo: 450 kN/C hacia ella, en $-\hat{\jmath}$. Entonces $\vec{E}_P = (450\,\hat{\imath} - 450\,\hat{\jmath})$ **kN/C**.
2. b) $\vec{F} = q_p\vec{E}_P = (0.45\,\hat{\imath} - 0.45\,\hat{\jmath})$ **N**.
3. c) $V_P = k\frac{8\times10^{-6}}{0.4} + k\frac{-8\times10^{-6}}{0.4} =$ **0 V**.
4. d) $r_{12} = \sqrt{0.4^2 + 0.4^2} = 0.5657$ m: $U = \frac{9\times10^9(8\times10^{-6})(-8\times10^{-6})}{0.5657} =$ **−1.018 J**.
5. e) $\vec{F}_m = 8\times10^{-6}(25)(0.6)\,\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = 120\,\hat{k}$ **μN**.

Ejercicio 5.5.7 · Placas paralelas y electrón en movimiento

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo A, problema 4.

Un par de placas planas y paralelas, con aire entre ellas:

- área de cada placa: $A = 0.0025$ m²;
- carga: 2 nC (positiva arriba, negativa abajo);
- separación: $d = 12$ mm;
- un electrón se mueve en $+x$ a 3×10^5 m/s, en un campo magnético $B = 0.8$ T en $+z$.

Determine:

- a) el campo eléctrico entre las placas;
- b) la fuerza magnética sobre el electrón.

Resolución.

1. a) $E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} = \frac{2\times10^{-9}}{(0.0025)(8.85\times10^{-12})} = 90\,395$ N/C, de la placa + (arriba) a la − (abajo): $\vec{E} = -90\,395\,\hat{\jmath}$ **N/C**. La separación d no se usa.
2. $\vec{v}\times\vec{B} = (3\times10^5)(0.8)\,\hat{\imath}\times\hat{k} = -2.4\times10^5\,\hat{\jmath}$.
3. b) $\vec{F}_m = (-1.6\times10^{-19})(-2.4\times10^5\,\hat{\jmath}) = 3.84\times10^{-14}\,\hat{\jmath}$ **N**.

5.6 Ejercicios propuestos · Parte A

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.5A**.

Ejercicio propuesto 5.6.1

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno matutino, problema 3.

En el punto A el campo eléctrico es $\vec{E}_A = 135 \times 10^6\, \hat{\jmath}$ N/C y el campo magnético es $\vec{B}_A = 0.625(-\hat{\jmath})$ T. Determine:

- a) la fuerza eléctrica sobre un electrón en A;
- b) la fuerza magnética sobre $Q = -6\ \mu$C que pasa por A con $\vec{v} = 2.9 \times 10^6(-\hat{\imath})$ m/s.

Resultado: $\vec{F}_e = -2.16 \times 10^{-11}\, \hat{\jmath}$ N; $\vec{F}_m = -10.875\, \hat{k}$ N.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

Ejercicio propuesto 5.6.2

Adaptado de: segundo examen final 2019-2, problema 3.

Hay dos cargas, $q_1 = 2\ \mu$C en $(0, 4, 0)$ y $q_2 = 1\ \mu$C en $(0, -4, 0)$, con coordenadas en metros, y un alambre paralelo al eje x que corta al eje y en $(0, 1, 0)$ y lleva $I = 10$ A. Determine:

- a) el campo eléctrico en $A(3, 0, 0)$ debido solo a q_1;
- b) V_{BC}, si B está a 2 m de q_1 y a 6 m de q_2, y C a 6 m de q_1 y a 2 m de q_2;
- c) el campo magnético del alambre en el origen (en la figura original, la corriente circula de modo que este campo apunta en $-\hat{k}$).

Resultado: $\vec{E}_A = (432\,\hat{\imath} - 576\,\hat{\jmath})$ N/C; $V_{BC} = 3000$ V; $\vec{B} = -2 \times 10^{-6}\, \hat{k}$ T.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

Ejercicio propuesto 5.6.3

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno vespertino, problema 3.

Se tienen $q_1 = -q_2 = 1.6\ \mu$C, con $a = 30$ cm y $b = 40$ cm: q_1 está 40 cm a la izquierda del punto $P(40, 30)$ cm y q_2 está 30 cm abajo de P. Determine:

- a) la fuerza sobre $q_p = 1\ \mu$C colocada en P;
- b) la fuerza magnética sobre q_1 si se mueve con $\vec{v} = 25\,\hat{\imath}$ m/s en $\vec{B} = 0.6\,\hat{\jmath}$ T.

Resultado: $\vec{F} = (0.09\,\hat{\imath} - 0.16\,\hat{\jmath})$ N; $\vec{F}_m = 24 \times 10^{-6}\, \hat{k}$ N.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

Ejercicio propuesto 5.6.4

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno matutino, problema 3, incisos b a d.

Un capacitor de aire tiene $A = 11.3$ m², $d = 0.1$ mm y $q = 20\ \mu$C. Un alambre lleva $I = 2$ A y el punto E está a 1.25 m de él; en E, el campo del alambre apunta en $+\hat{\imath}$. Un electrón pasa por E con $\vec{v} = (20\,\hat{\imath} + 40\,\hat{\jmath} + 60\,\hat{k})$ km/s. Determine:

- b) la diferencia de potencial V_{BC} entre las placas;
- c) el campo magnético del alambre en E;
- d) la fuerza magnética sobre el electrón.

Resultado: $V_{BC} = 20$ V; $B = 3.2 \times 10^{-7}$ T; $\vec{F} = (-3.072 \times 10^{-21}\, \hat{\jmath} + 2.048 \times 10^{-21}\, \hat{k})$ N.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

Ejercicio propuesto 5.6.5

Adaptado de: segundo examen final 2019-1, problema 3.

En un cuadrado de 20 cm de lado hay dos cargas de igual magnitud en vértices consecutivos. En A, punto medio del lado que las une, el campo vale $E_A = 3.6 \times 10^6$ N/C. Determine el valor de las cargas.

Resultado: $q_1 = 2\ \mu$C y $q_2 = -2\ \mu$C.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

5.7 Errores frecuentes · Parte A

1. **cm a m** antes de elevar al cuadrado.
2. **Prefijos:** μC $= 10^{-6}$ C, nC $= 10^{-9}$ C, km/s $= 10^3$ m/s, kN/C $= 10^3$ N/C.
3. El **campo** es vector; el **potencial** y la **energía** no lo son: no llevan $\hat{\imath}$.
4. **Signo del electrón** en $q\vec{E}$ y en $q\vec{v} \times \vec{B}$.
5. **Orden del producto cruz:** $\vec{v} \times \vec{B}$, no $\vec{B} \times \vec{v}$.
6. $V_{AB} = V_A - V_B$, no al revés.
7. **Trabajo:** $q_0(V_{final} - V_{inicial})$, **sin** el potencial de la carga que se mueve.
8. **Distancias en 3D:** de $(0, 0, 0)$ a $(4, 4, 4)$ cm, $r = \sqrt{48}$ cm, no 4 cm.
9. «$q_1 = -q_2$» significa **signos opuestos**: revisa el signo de cada carga antes de dibujar flechas.
10. **Placas paralelas:** E no depende de la separación d; el dato sirve para $V = Ed$ o solo para distraer.

5.8 Formulario de emergencia de la unidad · Parte A

- $k = 9 \times 10^9 \cdot \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \cdot \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \cdot q_e = -1.6 \times 10^{-19}$ C $\cdot\ q_p = +1.6 \times 10^{-19}$ C
- $F = k|q_1 q_2|/r^2 \cdot \vec{E} = kq\hat{r}/r^2 \cdot \vec{F} = q\vec{E}$
- $V = kq/r \cdot V_{AB} = V_A - V_B \cdot W = q_0(V_2 - V_1) \cdot U = kq_1 q_2/r$
- $E_{placas} = Q/(\varepsilon_0 A) \cdot V = Ed \cdot C = \varepsilon_0 A/d \cdot q = CV$
- $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \cdot \vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B} \cdot B = \mu_0 I/(2\pi r)$
- $\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$, $\hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$, $\hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$

5.9 Procedimiento recomendado en el examen · Parte A

1. Dibujo con las coordenadas en metros.
2. Para cada carga: r, magnitud y unitario.
3. Suma por componentes y resultado escrito como vector.
4. En la fuerza magnética, el determinante escrito.
5. En trabajo o energía: V_i, V_f y el signo del resultado interpretado.
6. Cada resultado recuadrado.

Si no se encuentra el camino, escribe la ley de Coulomb con los números y la dirección dibujada, o el determinante de $\vec{v} \times \vec{B}$ con sus componentes. El planteamiento correcto ya es cerca de la mitad del problema.

Unidad 5 · Electromagnetismo — Parte B: campo magnético e inductancia

↑ Volver al índice

> **Objetivo (programa de la asignatura).** El alumno conocerá los conceptos y leyes que le permitan comprender algunos de los fenómenos eléctricos y magnéticos, haciendo énfasis en los antecedentes necesarios para el análisis de circuitos eléctricos.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 11 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014 (solo falta en el tipo A de 2013-1). Es el tema más frecuente del examen.
- **Tiempo:** de 3 a 4 horas para esta parte.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 5.10 (20 min).
  2. Sigue el ejemplo 5.13 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 5.14 con cronómetro (20 min cada uno).

Cada inciso es un problema de uno o dos pasos: **campo de cada fuente → suma vectorial → (despeje de la corriente) → flujo, inductancia o fuerza**.

5.10 Conceptos y expresiones

Fuentes de campo magnético. Una corriente eléctrica crea un campo magnético $\vec{B}$ a su alrededor. En esta asignatura hay dos fuentes:

- un **alambre recto largo**: el campo forma círculos alrededor del alambre y se debilita con la distancia;
- un **solenoide** (alambre enrollado en forma de resorte): en su interior el campo es casi uniforme y va a lo largo del eje.

A veces se agrega un **campo uniforme externo** $\vec{B}_0$ o un imán de herradura. Con $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Wb/(A·m):

Fuente	Magnitud	Dirección
Alambre recto largo	$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}$, con a la distancia perpendicular al alambre	$\hat{u}_B = \hat{u}_i \times \hat{u}_r$, con $\hat{u}_r$ **del alambre al punto**
Solenoide (dentro, sobre el eje)	$B = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$	a lo largo del eje; los dedos de la mano derecha siguen la corriente en las espiras y el pulgar da $\vec{B}$

Superposición. En un punto, el campo total es la suma vectorial de todas las fuentes:

$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_{alambre} + \vec{B}_{solenoide} + \vec{B}_0$$

Si se conoce el total, se resta lo conocido y se despeja la corriente.

Flujo e inductancia.

- Área de la sección: $A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$.
- Flujo magnético: $\Phi = BA\cos\theta$, en webers [Wb].
- Autoinductancia del solenoide: $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{N\Phi}{i}$, en henries [H].
- Inductores sin inductancia mutua (se combinan como resistencias): serie $L_{eq} = L_1 + L_2$; paralelo $L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$.

Fuerza magnética.

- Sobre un conductor recto: $\vec{F} = i\,\vec{\ell} \times \vec{B}$, con $\vec{\ell}$ en el sentido de la corriente.
- Sobre una carga en movimiento: $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$. Partícula alfa: $q = 2|e| = 3.2 \times 10^{-19}$ C; electrón: $q = -1.6 \times 10^{-19}$ C.
- Entre alambres paralelos, las corrientes en el mismo sentido se atraen; por la tercera ley, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Inducción y energía.

- Ley de Faraday y autoinducción: $\varepsilon = -L\frac{di}{dt} = -N\frac{d\Phi}{dt}$. El signo (ley de Lenz) indica que la fem se opone al cambio.
- Energía almacenada en un inductor: $U = \frac{1}{2}Li^2$.
- Potencia en un conductor: $P = Vi$; energía disipada: $U = Vi\,\Delta t$.

Productos cruz de los unitarios. $\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$, $\hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$, $\hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$; en el orden inverso, con signo menos; y $\hat{\imath} \times \hat{\imath} = 0$.

5.11 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«conductor recto largo… el campo en el punto A es… determine la corriente y su sentido»	$i = \frac{2\pi a B}{\mu_0}$ y regla de la mano derecha	5.12.1 y 5.12.3
«el campo total en C es (…)… corrientes en el solenoide y en el conductor»	separar componentes: la del eje del solenoide da i_s; la otra, i_c	5.12.3
«vector campo en P debido al solenoide», «campo total»	$\mu_0 Ni/\ell$ en el eje más $\mu_0 i/2\pi a$ del alambre	5.12.1 y 5.12.2
«corriente en un conductor que haga nulo el campo en el origen»	$\vec{B}_c = -\vec{B}_s$, de donde $i_c = \frac{2\pi a B_s}{\mu_0}$	5.12.3
«flujo en la sección transversal»	$\Phi = BA$, solo con el campo del solenoide	5.12.2
«autoinductancia», «inductancia propia»	$L = \mu_0 N^2 A/\ell$	5.12.2
«inductancia en serie para tener 100 mH», «en paralelo con otro de 10.2 mH», «$L_1 = 2L_2$, $L_{ac} = 0.7$ H»	combinación de inductores	5.12.4

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«fuerza sobre un electrón, una partícula alfa o una carga q que pasa por P con $\vec{v}$»	$q\,\vec{v}\times\vec{B}$	5.12.5
«fuerza sobre 4 m del conductor 2», «conductor en un imán de herradura»	$i\,\vec{\ell}\times\vec{B}$	5.12.5
«energía que disipó el conductor durante 3 min»	$U = Vi\,\Delta t$	5.12.6
«fem inducida si el flujo crece a razón de…», «si la corriente disminuye a razón de…»	$\lvert\varepsilon\rvert = N\,d\Phi/dt$ o $\lvert\varepsilon\rvert = L\,di/dt$	5.12.6
«energía almacenada», «en cuánto tiempo el campo llega a cero»	$U = \frac{1}{2}Li^2$ o $\Delta t = N\lvert\Delta\Phi\rvert/\varepsilon$	5.12.6

5.12 Procedimientos

5.12.1 Campo de un alambre recto

1. Datos en el SI: cm a m, mT a 10^{-3} T, μT a 10^{-6} T.
2. Dibuja el punto y cada alambre. Mide la **distancia perpendicular** a: solo cuentan las coordenadas perpendiculares al alambre (alambre en el eje z y punto en $(0, 5, 5)$ cm: $a = 5$ cm).
3. Calcula $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}$.
4. Escribe la dirección como vector: $\hat{u}_B = \hat{u}_i \times \hat{u}_r$, con $\hat{u}_r$ unitario del alambre al punto. Por ejemplo, alambre en el eje y con corriente hacia $-\hat{\jmath}$ y punto en $+z$: $(-\hat{\jmath}) \times \hat{k} = -\hat{\imath}$.

5.12.2 Solenoide, flujo e inductancia

1. Calcula $A = \pi r^2$ aparte (si dan el diámetro, $r = d/2$).
2. $B = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ sobre el eje. El sentido sale de la figura o del dato (mano derecha).
3. $\Phi = B_s A$, solo con el campo del solenoide, perpendicular a la sección.
4. $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$. Comprueba con $L = \frac{N\Phi}{i}$.

5.12.3 Superposición y despeje de corrientes

1. Escribe cada $\vec{B}$ como vector y súmalos: $\vec{B}_{total} = \sum \vec{B}$.
2. Si dan $\vec{B}_{total}$, cada componente cartesiana pertenece a una sola fuente: el solenoide da la componente de su eje; el alambre, la perpendicular.
3. Resta lo conocido ($\vec{B}_0$) **con signo**, componente por componente.
4. Despeja la magnitud de la corriente y luego su sentido con la mano derecha.
5. Si una componente es cero, la corriente que la produciría es cero.

5.12.4 Combinación de inductores

- Serie: $L_{eq} = L_1 + L_2$; para despejar, $L = L_{eq} - L_s$.
- Paralelo: $L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$. Si $L_1 = 2L_2$, el paralelo vale $\frac{2}{3}L_2$.

5.12.5 Fuerzas magnéticas

1. Conductor: $\vec{F} = i\,\vec{\ell} \times \vec{B}$, con $\vec{\ell}$ = longitud en el sentido de la corriente.
2. Carga: $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$, **con el signo de** q.
3. Escribe el producto cruz con los vectores sustituidos antes de evaluar; las componentes paralelas se anulan.
4. Entre dos conductores, aplica la tercera ley: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

5.12.6 Fem inducida, tiempo y energía

- Fem: $|\varepsilon| = L\left|\frac{di}{dt}\right|$ o $|\varepsilon| = N\left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$; el signo, por Lenz.
- Tiempo para un cambio de flujo con fem constante: $\Delta t = \frac{N|\Delta\Phi|}{\varepsilon}$.
- Energía en el inductor: $U = \frac{1}{2}Li^2$, de donde $i = \sqrt{2U/L}$.
- Energía disipada en un conductor: $U = P\,\Delta t = Vi\,\Delta t$.

5.13 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo A, problema 5.

Un solenoide está sobre el eje y, de $y = -20$ a 0 cm, con $N = 50$, $\ell = 20$ cm y $r = 2$ cm. El punto C está a la mitad, en $(0, -10, 0)$ cm. Un alambre largo, paralelo al eje z, corta al eje y en A $(0, 10, 0)$ cm. El campo en C es $\vec{B}_C = (0.12\,\hat{\imath} + 0.6284\,\hat{\jmath})$ mT. Determine:

- a) las corrientes i_s (solenoide) e i_c (alambre) y sus sentidos;
- b) la fuerza sobre un electrón que pasa por C con $\vec{v} = 4 \times 10^6\,\hat{\imath}$ m/s.

Resolución.

1. Separa componentes. El solenoide (eje y) solo da $\hat{\jmath}$; el alambre (paralelo a z) solo da componentes en el plano xy, aquí $\hat{\imath}$. Entonces $B_s = 0.6284$ mT y $B_c = 0.12$ mT.
2. a) Solenoide: $i_s = \frac{B_s \ell}{\mu_0 N} = \frac{(0.6284\times10^{-3})(0.2)}{4\pi\times10^{-7}(50)} =$ **2 A**, circulando de modo que $\vec{B}$ apunte a $+\hat{\jmath}$.
3. a) Alambre: $a = \overline{CA} = 10 + 10 = 20$ cm, así que $i_c = \frac{2\pi a B_c}{\mu_0} = \frac{2\pi(0.2)(0.12\times10^{-3})}{4\pi\times10^{-7}} =$ **120 A**.
4. Sentido de i_c: $\hat{u}_r$ (de A a C) $= -\hat{\jmath}$. Se necesita $\hat{u}_i \times (-\hat{\jmath}) = +\hat{\imath}$, de donde $\hat{u}_i = +\hat{k}$: **la corriente sube** $(+z)$.
5. b) $\vec{v} \times \vec{B} = (4 \times 10^6\,\hat{\imath}) \times (0.12\,\hat{\imath} + 0.6284\,\hat{\jmath}) \times 10^{-3} = 2513.6\,\hat{k}$, porque $\hat{\imath} \times \hat{\imath} = 0$.
6. $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = (-1.6 \times 10^{-19})(2513.6\,\hat{k}) = -4.0218 \times 10^{-16}\,\hat{k}$ **N**. El signo negativo del electrón invierte la dirección.

El mismo arreglo se usa con otros datos en el ejercicio 5.14.4.

5.14 Ejercicios de examen (resueltos)

Ejercicio 5.14.1 · Alambre y campo uniforme

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 4.

- Alambre largo sobre el eje y.
- Campo uniforme $\vec{B}_0 = 1.6\,\hat{\imath}$ μT.

- Punto A $(0, 0, 0.25)$ m, sobre el eje z, con campo total $\vec{B}_A = -8\,\hat{\imath}\ \mu\text{T}$.

Determine la corriente i del alambre y su sentido.

Resolución.

1. $\vec{B}_{A,c} = \vec{B}_A - \vec{B}_0 = (-8 - 1.6)\,\hat{\imath} = -9.6\,\hat{\imath}\ \mu\text{T}$.
2. $i = \dfrac{2\pi a B}{\mu_0} = \dfrac{2\pi(0.25)(9.6\times10^{-6})}{4\pi\times10^{-7}} = \mathbf{12\ A}$.
3. $\hat{u}_r = +\hat{k}$; $\hat{u}_i \times \hat{k} = -\hat{\imath}$, de donde $\hat{u}_i = -\hat{\jmath}$: **la corriente baja** (sentido $-y$).

Ejercicio 5.14.2 · Alambre en el eje z y partícula alfa

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo B, problema 4.

- Alambre sobre el eje z; punto A $(0, 5, 5)$ cm, con $\vec{B}_A = -0.38\,\hat{\imath}$ mT.
- Una partícula alfa pasa por A con $\vec{v} = (8\,\hat{\imath} + 8\,\hat{\jmath}) \times 10^6$ m/s.
- Otro conductor de 4.2 m, paralelo al primero, pasa por A con 40 A en $+z$.

Determine:

- a) la corriente i_c;
- b) su sentido;
- c) la fuerza sobre la partícula alfa;
- d) la fuerza sobre el segundo conductor;
- e) la fuerza sobre el primer conductor.

Resolución.

1. a) $a = 5$ cm (solo cuenta y): $i_c = \dfrac{2\pi(0.05)(0.38\times10^{-3})}{4\pi\times10^{-7}} = \mathbf{95\ A}$.
2. b) $\hat{u}_r = \hat{\jmath}$ y $\hat{k} \times \hat{\jmath} = -\hat{\imath}$, que coincide con el campo dado: **corriente hacia** $+z$.
3. c) $\vec{v} \times \vec{B} = (8\,\hat{\imath} + 8\,\hat{\jmath})10^6 \times (-0.38\times10^{-3}\,\hat{\imath}) = +3040\,\hat{k}$, así que $\vec{F}_\alpha = (3.2\times10^{-19})(3040\,\hat{k}) = 9.728\times10^{-16}\,\hat{k}$ **N**.
4. d) $\vec{F}_2 = 40\,(4.2\,\hat{k}) \times (-0.38\times10^{-3}\,\hat{\imath}) = -0.0638\,\hat{\jmath}$ **N**: se atraen, porque las corrientes van en el mismo sentido.
5. e) Por la tercera ley: $\vec{F}_1 = +0.0638\,\hat{\jmath}$ **N**.

Ejercicio 5.14.3 · Dos conductores

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo B, problema 6.

- Conductor 1 sobre el eje x, con $I_1 = 90$ A hacia $-x$ (la flecha apunta hacia el origen).
- Conductor 2 paralelo a z por A $(0, 3, 0)$ cm, con $I_2 = 80$ A hacia $+z$.
- Punto P $(2, 3, 0)$ cm.

Determine:

- a) $\vec{B}_P$;
- b) la fuerza sobre 4 m del conductor 2 si se coloca paralelo al 1, por A, con corriente en el mismo sentido que I_1.

Resolución.

1. Conductor 1: $a_1 = 3$ cm, $\hat{u}_r = \hat{\jmath}$ y $(-\hat{\imath}) \times \hat{\jmath} = -\hat{k}$, así que $\vec{B}_1 = \dfrac{\mu_0(90)}{2\pi(0.03)}(-\hat{k}) = -600\,\hat{k}\ \mu\text{T}$.
2. Conductor 2: $a_2 = 2$ cm, $\hat{u}_r = \hat{\imath}$ y $\hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$, así que $\vec{B}_2 = 800\,\hat{\jmath}\ \mu\text{T}$.
3. a) $\vec{B}_P = (800\,\hat{\jmath} - 600\,\hat{k})$ **μT**.

4. b) $\vec{F}_2 = I_2 \vec{\ell}_2 \times \vec{B}_1 = 80\,(-4\,\hat{\imath}) \times (-600 \times 10^{-6}\,\hat{k}) = -0.192\,\hat{\jmath}$ **N**, atracción hacia el conductor 1.

Ejercicio 5.14.4 · Solenoide y alambre con campo solo en el eje

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 6.

Es el mismo arreglo que el ejemplo 5.13.

- Solenoide en el eje y: $N = 50$, $\ell = 20$ cm, $r = 2$ cm.
- Alambre paralelo a z por A $(0, 10, 0)$ cm.
- Campo en C: $\vec{B}_C = -6.284\,\hat{\jmath}$ mT.

Determine:

- a) i_s e i_c;
- b) la autoinductancia del solenoide.

Resolución.

1. a) No hay componente $\hat{\imath}$, así que $i_c = 0$.
2. a) $i_s = \frac{(6.284\times10^{-3})(0.2)}{4\pi\times10^{-7}(50)} = \mathbf{20\ A}$, en el sentido que da $\vec{B}$ hacia $-\hat{\jmath}$. Respecto al sentido dibujado en la figura, la resolución publicada la reporta como $i_s = -20$ A.
3. b) $L = \frac{4\pi\times10^{-7}(50)^2\pi(0.02)^2}{0.2} = \mathbf{19.74\ \mu H}$.

Ejercicio 5.14.5 · Solenoide e inductor en serie

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo B, problema 5.

- Solenoide de aire sobre el eje x; P en su centro.
- $\ell = 15$ cm, $r = 1$ cm, $N = 5000$, $\vec{B}_P = 8.38\,\hat{\imath}$ mT.

Determine:

- a) la corriente y su sentido;
- b) la inductancia que, en serie con el solenoide, da 100 mH.

Resolución.

1. a) $i = \frac{B\ell}{\mu_0 N} = \frac{(8.38\times10^{-3})(0.15)}{4\pi\times10^{-7}(5000)} = \mathbf{0.2\ A}$, circulando de modo que el pulgar de la mano derecha apunte a $+x$.
2. b) $L_s = \frac{4\pi\times10^{-7}(5000)^2\pi(0.01)^2}{0.15} = 65.8$ mH.
3. b) $L = L_{eq} - L_s = 100 - 65.8 = \mathbf{34.2\ mH}$.

Ejercicio 5.14.6 · Solenoide de 4500 vueltas y alambre

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo A, problema 4.

- Solenoide sobre el eje x, de 0 a 15 cm: $N = 4500$, $A = 3.14 \times 10^{-3}$ m², $i_s = 2.8$ mA.
- Alambre paralelo a y por B $(17, 0, 0)$ cm, con $i_c = 38$ A hacia $+y$.
- Punto P $(7.5, 0, 0)$ cm.

Determine:

- a) $\vec{B}_P$ debido al solenoide;
- b) $\vec{B}_P$ total;
- c) el flujo (solo del solenoide);

- d) la fuerza sobre $q = -8$ pC con $\vec{v} = 500\,\hat{\imath}$ m/s;
- e) L en mH.

Resolución.

1. a) $B_s = \frac{4\pi\times10^{-7}(4500)(0.0028)}{0.15} = 105.56$ μT; con el sentido de la figura, $\vec{B}_{Ps} = -105.56\,\hat{\imath}$ **μT**.
2. b) $a = 17 - 7.5 = 9.5$ cm; $\hat{u}_r = -\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}\times(-\hat{\imath}) = \hat{k}$, así que $\vec{B}_{Pc} = \frac{\mu_0(38)}{2\pi(0.095)}\hat{k} = 80\,\hat{k}$ μT. Total: $\vec{B}_P = (-105.56\,\hat{\imath} + 80\,\hat{k})$ **μT**.
3. c) $\Phi = B_s A = (105.56\times10^{-6})(3.14\times10^{-3}) =$ **331.45 nWb**.
4. d) $\vec{v}\times\vec{B} = 500\,\hat{\imath}\times 80\times10^{-6}\,\hat{k} = -0.04\,\hat{\jmath}$, así que $\vec{F} = (-8\times10^{-12})(-0.04\,\hat{\jmath}) = 0.32\,\hat{\jmath}$ **pN**.
5. e) $L = \frac{4\pi\times10^{-7}(4500)^2(3.14\times10^{-3})}{0.15} =$ **532.69 mH**.

Ejercicio 5.14.7 · Faraday y campo en el origen

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 5.

- Solenoide de aire sobre el eje y, centrado en el origen: $\ell = 20$ cm, radio $a = 2$ cm, $N = 2000$, terminales A y B.
- Alambre paralelo a y por C $(4, 0, 0)$ cm, con $i_c = 200$ A hacia $+y$.

Determine:

- a) v_{AB} si $d\Phi/dt = 40\times10^{-3}$ Wb/s;
- b) el campo total $\vec{B}_0$ en el origen con $i_s = 0.5$ A;
- c) L.

Resolución.

1. a) $|v_{AB}| = N\frac{d\Phi}{dt} = 2000(0.04) =$ **80 V**; por Lenz, A queda a mayor potencial: $v_{AB} = +80$ V.
2. b) $\vec{B}_s = \frac{4\pi\times10^{-7}(2000)(0.5)}{0.2}(-\hat{\jmath}) = -6.2832\,\hat{\jmath}$ mT (sentido de la figura).
3. b) $\hat{u}_r = -\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}\times(-\hat{\imath}) = \hat{k}$, así que $\vec{B}_c = \frac{\mu_0(200)}{2\pi(0.04)}\hat{k} = 1\,\hat{k}$ mT. Total: $\vec{B}_0 = (-6.2832\,\hat{\jmath} + \hat{k})$ **mT**.
4. c) $L = \frac{4\pi\times10^{-7}(2000)^2\pi(0.02)^2}{0.2} =$ **31.6 mH**.

Ejercicio 5.14.8 · Alambre que anula el campo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo A, problema 4.

- Solenoide de aire sobre el eje x, centrado en el origen: $\ell = 22$ cm, $N = 2500$, $r = 1.2$ cm.
- Campo en el origen: $\vec{B}_0 = 0.5712\,\hat{\imath}$ mT.

Determine:

- a) I_s;
- b) el flujo y su sentido;
- c) la corriente en un alambre paralelo a y que pasa por P $(0, 0, 5)$ cm y anula $\vec{B}$ en el origen;
- d) L;
- e) L_{eq} en paralelo con un inductor de 10.2 mH.

Resolución.

1. a) $I_s = \frac{(0.5712\times10^{-3})(0.22)}{4\pi\times10^{-7}(2500)} =$ **0.04 A**.

2. b) $\Phi = (0.5712\times10^{-3})\pi(0.012)^2 = \mathbf{258.40\ nWb}$, en sentido $+x$.
3. c) Se necesita $\vec{B}_c = -0.5712\,\hat{\imath}$ mT: $I_c = \frac{2\pi(0.05)(0.5712\times10^{-3})}{4\pi\times10^{-7}} = \mathbf{142.8\ A}$. Con $\hat{u}_r = -\hat{k}$, $\hat{u}_i \times (-\hat{k}) = -\hat{\imath}$ da $\hat{u}_i = +\hat{\jmath}$: **corriente hacia** $+y$.
4. d) $L = \frac{4\pi\times10^{-7}(2500)^2\pi(0.012)^2}{0.22} = \mathbf{16.15\ mH}$.
5. e) $L_{eq} = \frac{16.15(10.2)}{16.15+10.2} = \mathbf{6.25\ mH}$.

Ejercicio 5.14.9 · Conductor en un imán de herradura

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo B, problema 5.

- Conductor horizontal de 2 cm entre los polos de un imán de herradura.
- Corriente de 2.5 A hacia $+x$; fuerza medida $\vec{F} = 8\,\hat{\jmath}$ mN.

Determine:

- a) $\vec{B}$ del imán y la posición de los polos;
- b) la energía disipada en 3 min con 12 V.

Resolución.

1. a) $\vec{\ell} \perp \vec{B}$, así que $B = \frac{F}{i\ell} = \frac{8\times10^{-3}}{2.5(0.02)} = 0.16$ T.
2. a) $\hat{\imath} \times \hat{u}_B = \hat{\jmath}$ da $\hat{u}_B = -\hat{k}$: $\vec{B} = -160\,\hat{k}$ **mT**, con el polo norte arriba y el sur abajo (el campo va de N a S).
3. b) $U = Vi\,\Delta t = 12(2.5)(180) = \mathbf{5.4\ kJ}$.

Ejercicio 5.14.10 · Inductores equivalentes

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo B, problema 4 b).

- De a a b, un inductor de **0.05 H**; de b a c, L_1 y L_2 en paralelo.
- $L_1 = 2L_2$, $L_{ac} = 0.7$ H, sin inductancia mutua.

Determine L_1 y L_2.

Resolución.

1. $L_{bc} = L_{ac} - L_{ab} = 0.7 - 0.05 = 0.65$ H.
2. $L_{bc} = \frac{(2L_2)L_2}{3L_2} = \frac{2}{3}L_2$, de donde $L_2 = \frac{3}{2}(0.65) = \mathbf{0.975\ H}$ y $L_1 = \mathbf{1.95\ H}$.

Véase el Apéndice C.5B: la resolución publicada lee otro valor en la figura.

5.15 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.5B**.

Ejercicio propuesto 5.15.1

Adaptado de: primer examen final 2019-1, turno matutino, problema 4.

Un solenoide de aire tiene $N = 2000$, $\ell = 0.16$ m, $A = 3.1416\times10^{-4}$ m² (radio de 1 cm) e $i_s = 3$ A. Determine:

- a) $\vec{B}$;
- b) Φ;

- c) L;
- d) la inductancia equivalente en serie con 5 mH;
- e) V_{AB} si $di/dt = 100$ A/s.

Resultado: $0.04712\,\hat{\imath}$ T; 14.80 μWb; 9.8696 mH; 14.87 mH; $V_{AB} = -0.987$ V.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

Ejercicio propuesto 5.15.2

Adaptado de: segundo examen final 2020-1, problema 4.

Un solenoide con núcleo de aire tiene $r = 1.25$ cm, $\ell = 30$ cm, $N = 300$ e $I = 12$ A. Determine $\vec{B}$ en P, la inductancia y la energía almacenada.

Resultado: 0.01508 T; 0.185 mH; 13.32 mJ.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

Ejercicio propuesto 5.15.3

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno matutino, problema 4.

Un electroimán con núcleo de aire tiene $N = 760$, $d = 2.5$ cm y $L = 1.5491$ mH. Determine:

- a) su longitud;
- b) la potencia, si almacenó 4 mJ conectado a 40 V.

Resultado: 0.23 m; 90.9 W.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

Ejercicio propuesto 5.15.4

Adaptado de: segundo examen final 2019-1, problema 4.

Un solenoide tiene $N = 400$, $d = 5$ cm y $B = 0.1$ T. Al quitar el voltaje, B baja a cero con una fem constante de 5 kV. ¿En cuánto tiempo?

Resultado: 1.57×10^{-5} s.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

5.16 Errores frecuentes

1. **Sentido de $\hat{u}_r$:** va del alambre al punto, no al revés. La distancia a es **perpendicular**: se ignora la coordenada a lo largo del alambre.
2. **Superposición con signo:** $\vec{B}_{alambre} = \vec{B}_{total} - \vec{B}_0$ componente por componente ($-8 - 1.6 = -9.6$, no -6.4).
3. **Signo de la carga** en $q\,\vec{v} \times \vec{B}$: el electrón, negativo, invierte la fuerza; la partícula alfa es $+2|e|$.
4. **Componentes paralelas:** se anulan en el producto cruz ($\hat{\imath} \times \hat{\imath} = 0$); en $\vec{v} \times \vec{B}$ solo cuenta la parte perpendicular.
5. **Radio contra diámetro** en A; N^2 en L pero solo N en B.
6. **Unidades:** ℓ en metros; mT = 10^{-3} T, μT = 10^{-6} T, mH = 10^{-3} H, μWb = 10^{-6} Wb, nWb = 10^{-9} Wb.
7. **Flujo del solenoide:** usa solo su propio campo; el alambre exterior no cuenta.

8. **Inductores:** en serie se suman; en paralelo, como resistencias. Lee con cuidado el valor de la figura (0.05 no es 0.5; véase el Apéndice C.5B).
9. **Sentido del campo del solenoide:** sale de la figura. Si no queda claro, se da la magnitud y se indica «a lo largo del eje, con el sentido de la mano derecha».

5.17 Formulario de emergencia de la unidad

- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Wb/(A·m)
- Alambre: $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \cdot \hat{u}_B = \hat{u}_i \times \hat{u}_r$
- Solenoide: $B = \frac{\mu_0 N i}{\ell} \cdot \vec{B}_{tot} = \sum \vec{B}$
- $A = \pi r^2 \cdot \Phi = BA\cos\theta \cdot L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{N\Phi}{i}$
- Inductores: serie $L_1 + L_2 \cdot$ paralelo $\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$
- $\vec{F} = i\,\vec{\ell} \times \vec{B} \cdot \vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} \cdot q_\alpha = 2|e|$
- $\varepsilon = -L\frac{di}{dt} = -N\frac{d\Phi}{dt} \cdot U = \frac{1}{2}Li^2 \cdot U = Vi\,\Delta t$

5.18 Procedimiento recomendado en el examen

1. Esquema con cada fuente, el punto, la distancia a y $\hat{u}_r$.
2. Cada $\vec{B}$ escrito **como vector** antes de sumar.
3. Si se despeja una corriente: magnitud **y** sentido, con una flecha en el esquema.
4. A calculada aparte; después $B \to \Phi \to L$, en ese orden, con la comprobación $L = N\Phi/i$.
5. En las fuerzas, el producto cruz con los vectores sustituidos antes de evaluar.
6. Cada resultado recuadrado.

Si no se encuentra el camino, escribe las fórmulas del formulario 5.17 con los datos sustituidos. Cada una suele corresponder a un inciso, y el planteamiento correcto también cuenta.

Unidad 6 · Circuitos eléctricos de corriente directa y capacitores

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno realizará balances de energía en circuitos eléctricos sencillos, de corriente continua y directa.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 7 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014; los capacitores, en 3 de ellos. Es el problema más mecánico del examen.
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas para esta unidad.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 6.1 (15 min).
  2. Sigue el ejemplo 6.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 6.5 con cronómetro (20 min cada uno).

6.1 Conceptos y expresiones

Planteamiento. Una fuente impulsa corriente a través de resistencias. Se busca la **corriente** en cada rama, el **voltaje** entre dos puntos y la **potencia** o energía que entrega la fuente o que se disipa en una resistencia.

- **Con una sola fuente:** el circuito se reduce (serie y paralelo) hasta una sola resistencia; se obtiene la corriente total y se regresa, desarmando, para obtener cada rama.
- **Con dos fuentes en ramas distintas:** no se puede reducir; se plantean las **leyes de Kirchhoff** y se resuelve un sistema de tres ecuaciones.

Resistencias.

Expresión	Fórmula
Ley de Ohm	$V = Ri$
Resistividad	$R = \rho \frac{L}{A}$
Serie (misma corriente)	$R = R_1 + R_2 + \dots$
Paralelo (mismo voltaje)	$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$; para más de dos, $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$

Potencia y energía.

- Fuente: $P = \varepsilon i$.
- Resistencia: $P = Ri^2 = \frac{V^2}{R} = Vi$.
- Energía: $E = P\,\Delta t$, con Δt en segundos.
- Una fuente con resistencia interna r entrega εi; al resto del circuito llega $(\varepsilon - ri)\,i$.

Leyes de Kirchhoff.

- **LCK (nodos):** lo que entra a un nodo es igual a lo que sale.
- **LVK (mallas):** en una malla cerrada, la suma de voltajes es cero.

Capacitores. Se combinan al revés que las resistencias.

Expresión	Fórmula
Carga	$q = CV$
Placas paralelas	$C = \varepsilon \frac{A}{d}$, con $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C²/(N·m²) en aire
Paralelo (mismo V)	$C = \sum C_i$
Serie (misma q)	$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$
Energía	$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}qV$

Inductores. Sin inductancia mutua se combinan como resistencias: serie $L = \sum L_i$, paralelo $\frac{1}{L} = \sum \frac{1}{L_i}$. Su tratamiento completo está en la Unidad 5.

Fuente alterna. Los incisos con $v(t) = V_m \cos \omega t$ y corriente eficaz están en la Unidad 7.

6.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
una sola fuente y varias resistencias	reducción y regreso	6.3.1 y 6.3.2
dos fuentes en ramas distintas	leyes de Kirchhoff	6.3.3
dos fuentes en **una sola malla** (sin ramas)	LVK de una malla	6.3.4
«representación irreducible», «circuito equivalente»	reducir lo que esté en serie o paralelo y dibujar lo que queda	6.3.1
se da V_{be}, una corriente de rama o una potencia en lugar de ε	empezar por la rama donde está ese dato	6.3.2
«capacitor», «capacitancia equivalente», «carga en C_2», «energía almacenada»	capacitores	6.3.5
«inductancia equivalente», inductores en serie o paralelo	inductores	Unidad 5
$v(t) = V_m \cos(\omega t)$, «corriente eficaz»	corriente alterna	Unidad 7

6.3 Procedimientos

6.3.1 Reducción (de adentro hacia afuera)

1. Marca los nodos con letras (a, b, e, f…), como en la figura.
2. Suma las resistencias **en serie dentro de una misma rama** (sin nodo en medio).
3. Combina en paralelo las ramas que van **entre los mismos dos nodos**.
4. Repite hasta tener R_{af}. Nombra cada paso: R_{234}, R_{eq1}…

6.3.2 Regreso (de afuera hacia adentro)

1. $i_{total} = \frac{\varepsilon}{R_{af}}$.
2. Voltaje en un bloque en paralelo: $V_{be} = R_{eq}\, i_{total}$.

3. Corriente en cada rama del paralelo: $i_{rama} = \frac{V_{be}}{R_{rama}}$.
4. Comprueba que las corrientes de las ramas sumen i_{total}.

6.3.3 Kirchhoff (dos fuentes)

1. Asigna una corriente con flecha a cada rama (i_1, i_2, i_3). Si una sale negativa, solo circula al revés.
2. **LCK** en un nodo: $i_1 = i_2 + i_3$, según las flechas.
3. **LVK** en cada malla, avanzando en un mismo sentido:
   - fuente atravesada de − a +: $-\varepsilon$ (forma $-\varepsilon + \sum Ri = 0$);
   - resistencia a favor de la flecha: $+Ri$; en contra: $-Ri$.
4. Resuelve el sistema de 3×3 con la calculadora (modo de ecuaciones).
5. Potencia de una fuente: $P = \varepsilon\, i$ de su rama.

6.3.4 Una sola malla (varias fuentes, sin ramas)

1. Hay **una sola corriente** I.
2. LVK: $I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R}$. Las fuentes que empujan en el mismo sentido se suman; si se oponen, se restan.
3. Voltaje entre dos nodos: avanza de uno al otro; una fuente atravesada de − a + sube ε y una resistencia a favor de la corriente baja RI.
4. Potencial de un nodo: parte del nodo de tierra ($V = 0$).
5. Una fuente **entrega** energía si la corriente sale por su borne +; **recibe** si entra por él.

6.3.5 Capacitores

1. Placas: $C = \varepsilon \frac{A}{d}$, de donde $\varepsilon = \frac{Cd}{A}$ (ε_0 en aire; con dieléctrico, la ε del material).
2. Paralelo: $C = C_1 + C_2 + \ldots$
3. Serie: $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$; para más, $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$.
4. Regreso: $q_{total} = C_{eq} V$; en serie todos llevan esa q; $V_i = \frac{q}{C_i}$; dentro de un paralelo, $q_i = C_i V$.
5. Energía: $U = \frac{1}{2} C V^2$.
6. Si se pide un C desconocido para lograr un C_{eq}: reduce lo conocido y despeja de afuera hacia adentro.

6.4 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final 2019-1, turno matutino, problema 3.

Una fuente de $\varepsilon = 45$ V alimenta $R_1 = 10\ \Omega$ y $R_6 = 1\ \Omega$ en serie con un bloque entre b y e, formado por $R_2 = 3$, $R_3 = 4$ y $R_4 = 5\ \Omega$ en serie, todo en paralelo con $R_5 = 6\ \Omega$. Determine:

- a) la corriente i_1 de la fuente;
- b) V_{be};
- c) la corriente i_3;
- d) la potencia de la fuente;
- e) la energía que entrega en 5 min.

Resolución.
1. $R_{234} = 3 + 4 + 5 = 12\ \Omega$.
2. $R_{eq1} = \frac{6(12)}{6+12} = 4\ \Omega$.
3. $R_{af} = 10 + 4 + 1 = 15\ \Omega$.
4. a) $i_1 = \frac{45}{15} = \mathbf{3\ A}$.
5. b) $V_{be} = 4(3) = \mathbf{12\ V}$.
6. c) $i_3 = \frac{12}{12} = \mathbf{1\ A}$ (rama de R_{234}).
7. d) $P_\varepsilon = 45(3) = \mathbf{135\ W}$.
8. e) 5 min = 300 s, así que $E = 135(300) = \mathbf{40.5\ kJ}$.

6.5 Ejercicios de examen (resueltos)

Circuitos resistivos

Ejercicio 6.5.1 · Una vuelta con un paralelo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 5.

- $\varepsilon = 9.55$ V.
- $R_1 = 15\ \Omega$ (a–b); $R_2 = 22\ \Omega$ en paralelo con $R_3 = 33\ \Omega$ (b–c); $R_4 = 10\ \Omega$ (c–d), todo en una vuelta.

Determine:

- a) la corriente de la fem;
- b) una tabla con V e i de cada resistor.

Resolución.
1. $R_{23} = \frac{22(33)}{55} = 13.2\ \Omega$, así que $R_{eq} = 15 + 13.2 + 10 = 38.2\ \Omega$.
2. a) $I_\varepsilon = \frac{9.55}{38.2} = \mathbf{0.25\ A}$.
3. b) $V_1 = 15(0.25) = 3.75$ V, $V_{23} = 13.2(0.25) = 3.3$ V, $V_4 = 10(0.25) = 2.5$ V.
4. b) $i_2 = \frac{3.3}{22} = 0.15$ A, $i_3 = \frac{3.3}{33} = 0.1$ A.

Resistor	V [V]	i [A]
R_1	**3.75**	**0.25**
R_2	**3.3**	**0.15**
R_3	**3.3**	**0.1**
R_4	**2.5**	**0.25**

Ejercicio 6.5.2 · Serie con un paralelo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo A, problema 5.

- $R_1 = 5\ \Omega$ (a–b) en serie con $R_2 = 12\ \Omega$ en paralelo con $R_3 = 6\ \Omega$ (b–c).
- $\varepsilon = 90$ V entre a y c.

Determine:

- a) R_{ac};

- b) la corriente de la fuente;
- c) V_{bc};
- d) la potencia en R_1.

Resolución.

1. a) $R_{bc} = \frac{12(6)}{18} = 4\ \Omega$, así que $R_{ac} = \mathbf{9\ \Omega}$.
2. b) $I = \frac{\varepsilon}{R_{ac}} = \frac{90}{9} = \mathbf{10\ A}$.
3. c) $V_{bc} = 4(10) = \mathbf{40\ V}$.
4. d) $P_{R1} = 5(10)^2 = \mathbf{500\ W}$.

Ejercicio 6.5.3 · Una malla con dos baterías

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo A, problema 3.

- Una sola malla con $R_1 = 5$, $R_2 = 5$, $R_3 = 1$, $R_4 = 4$ y $R_5 = 1\ \Omega$, y dos baterías de 12 V que empujan en el mismo sentido (horario).
- R_4 está entre e y f; de f a a suben $V_1 = 12$ V y luego está R_5.
- $V_f = 0$ (tierra).

Determine:

- a) I;
- b) V_{ae};
- c) la energía de cada fuente en 1 min, y si entrega o recibe;
- d) la energía en los resistores en 5 min;
- e) V_a.

Resolución.

1. a) LVK: $(5 + 5 + 1 + 4 + 1)I = 12 + 12$, así que $I = 1.5\ \mathbf{A}$.
2. b) De e a a por la izquierda: $V_a = V_e - 4(1.5) + 12 - 1(1.5) = V_e + 4.5$, así que $V_{ae} = 4.5$ **V**.
3. c) $U = 12(1.5)(60) = \mathbf{1080\ J}$ cada una; las dos **entregan**, porque la corriente sale por su borne +.
4. d) $U_R = 16(1.5)^2(300) = \mathbf{10.8\ kJ}$. Comprobación: $2 \cdot 1080 \cdot 5 = 10\,800$ J.
5. e) $V_a = V_f + 12 - 1(1.5) = \mathbf{10.5\ V}$.

Ejercicio 6.5.4 · Tres resistores iguales en paralelo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 4.

- $\varepsilon = 1.5$ V con tres resistores iguales R en paralelo.

Determine:

- a) R para que $i_3 = 10$ mA;
- b) R_{eq};
- c) la potencia total en los resistores.

El inciso d) (corriente eficaz) está en la Unidad 7.

Resolución.

1. a) Cada rama tiene el voltaje de la fuente: $R = \frac{1.5}{0.01} = \mathbf{150\ \Omega}$.
2. b) $R_{eq} = \frac{150}{3} = \mathbf{50\ \Omega}$.

3. c) $i_T = 3(10) = 30$ mA, así que $P = 50(0.03)^2 = \mathbf{0.045\ W}$.

Ejercicio 6.5.5 · Fuente con resistencia interna y dos ramas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo A, problema 3.

- Fuente $\varepsilon = 32$ V con $r = 1\ \Omega$, entre a (+) y d.
- Rama izquierda (corriente i_1): a–f $R_1 = 7\ \Omega$; f–e, 6 Ω en paralelo con 3 Ω; e–d 5 Ω.
- Rama derecha (corriente i_2): a–b 8 Ω; b–c $R = 4\ \Omega$; c–d 2 Ω.
- Datos: $V_{ed} = 10$ V y $P_{4\Omega} = 16$ W.

Determine:

- a) el circuito equivalente;
- b) i_1 e i_2;
- c) la energía que entrega ε en 1 min;
- d) la potencia en R_1;
- e) V_{cf}.

Resolución.

1. a) $6 \parallel 3 = 2$; rama izquierda $7 + 2 + 5 = 14$; rama derecha $8 + 4 + 2 = 14$; $14 \parallel 14 = 7\ \Omega = R_{ad}$. Con r: $R_{eq} = 8\ \Omega$, con $\varepsilon = 32$ V.
2. b) $i_1 = \frac{V_{ed}}{5} = \mathbf{2\ A}$; $i_2 = \sqrt{\frac{16}{4}} = \mathbf{2\ A}$. Comprobación: $i = 4\ \text{A} = \frac{32}{8}$.
3. c) $U = \varepsilon i \Delta t = 32(4)(60) = \mathbf{7680\ J}$. De esa energía, 960 J se quedan en r y $V_{ad}\, i\, \Delta t = 28(4)(60) = 6720$ J llegan al resto del circuito.
4. d) $P_{R1} = 7(2)^2 = \mathbf{28\ W}$.
5. e) Con $V_d = 0$: $V_c = 2(2) = 4$ V; $V_e = 10$ V y $V_f = 10 + 2(2) = 14$ V, así que $V_{cf} = \mathbf{-10\ V}$.

   Véase el Apéndice C.6 para el signo de V_{cf}.

Ejercicio 6.5.6 · Paralelo de dos ramas de 8 Ω

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo B, problema 3.

- $\varepsilon = 30$ V entre e y d; $R_1 = 6\ \Omega$ (e–a).
- $R_2 = 5$ y $R_3 = 3\ \Omega$ en serie (a–b–c), en paralelo con $R_4 = 8\ \Omega$ (a–d).

Determine:

- a) I_1;
- b) I_2 (en R_4);
- c) V_{bc};
- d) la potencia en R_1.

El inciso e) (corriente eficaz) está en la Unidad 7.

Resolución.

1. a) $R_{23} = 8$; $8 \parallel 8 = 4$; $R_{ed} = 6 + 4 = 10\ \Omega$, así que $I_1 = \mathbf{3\ A}$.
2. b) $V_{ad} = 4(3) = 12$ V, así que $I_2 = \frac{12}{8} = \mathbf{1.5\ A}$.
3. c) $I_3 = 3 - 1.5 = 1.5$ A, así que $V_{bc} = 3(1.5) = \mathbf{4.5\ V}$.
4. d) $P_{R1} = 6(3)^2 = \mathbf{54\ W}$.

Capacitores

Ejercicio 6.5.7 · Capacitor en serie con un paralelo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 5.

- $C_1 = 4\ \mu$F (a–b) en serie con $C_2 = 12\ \mu$F en paralelo con $C_3 = 6\ \mu$F (b–c).
- Con V_{ac} aplicado, $q_1 = 60\ \mu$C.

Determine:

- a) V_{ab};
- b) q_2;
- c) V_{ac};
- d) C_{ac}.

Resolución.

1. a) $V_{ab} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{60}{4} = \mathbf{15\ V}$.
2. b) $C_{bc} = 12 + 6 = 18\ \mu$F; en serie, $q_{23} = q_1 = 60\ \mu$C, así que $V_{bc} = \frac{60}{18} = 3.333$ V y $q_2 = 12(3.333) = \mathbf{40\ \mu C}$.
3. c) $V_{ac} = 15 + 3.333 = \mathbf{18.33\ V}$.
4. d) $C_{ac} = \frac{4(18)}{4+18} = \mathbf{3.273\ \mu F}$. Comprobación: $3.273 \times 18.33 = 60\ \mu$C.

Ejercicio 6.5.8 · Capacitores y dieléctrico

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo B, problema 5.

- $C_1 = 6\ \mu$F (x–y) en serie con $C_2 = 8\ \mu$F en paralelo con $C_3 = 4\ \mu$F (y–z).
- Se conecta $\varepsilon = 24$ V entre x y z.
- C_1 es de placas, con $A = 800$ cm² y espesor del dieléctrico 1×10^{-4} m.

Determine:

- a) C_{xz};
- b) la carga de C_1;
- c) la energía en C_2;
- d) la permitividad ε_1 del dieléctrico de C_1.

Resolución.

1. a) $C_{yz} = 8 + 4 = 12\ \mu$F, así que $C_{xz} = \frac{6(12)}{18} = \mathbf{4\ \mu F}$.
2. b) $Q = C_{xz}\varepsilon = 4(24) = \mathbf{96\ \mu C} = q_1 = q_{yz}$.
3. c) $V_{yz} = \frac{96}{12} = 8$ V, así que $U_2 = \frac{1}{2}(8 \times 10^{-6})(8)^2 = \mathbf{256\ \mu J}$.
4. d) $\varepsilon_1 = \frac{C_1 d}{A} = \frac{(6\times10^{-6})(10^{-4})}{0.08} = 7.5 \times 10^{-9}\ \mathbf{C^2/(N{\cdot}m^2)}$.

Ejercicio 6.5.9 · Capacitor desconocido y resistencias equivalentes

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo B, problema 4.

- a) 0.8 μF en paralelo con 0.2 μF (a–b), en serie con 0.6 μF en paralelo con C (b–c).
- c) y d) $R_1 = 100\ \Omega$ (a–b) en serie con $R_2 = 100$, $R_3 = 50$ y $R_4 = 50\ \Omega$ en paralelo (b–c); $\varepsilon = 30$ V.

Determine:

- a) C para que $C_{ac} = 0.5\ \mu$F;
- c) R_{ac};

- d) el voltaje en R_3.

El inciso b) (inductores equivalentes) está resuelto en el ejercicio 5.14.10 de la Unidad 5.

Resolución.

1. a) $C_{ab} = 0.8 + 0.2 = 1\ \mu\text{F}$; $\frac{1}{0.5} = \frac{1}{1} + \frac{1}{C_{bc}}$, de donde $C_{bc} = 1\ \mu\text{F} = C + 0.6$, así que $C = 0.4\ \boldsymbol{\mu\text{F}}$.
2. c) $\frac{1}{R_{bc}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{50} + \frac{1}{50}$, de donde $R_{bc} = 20\ \Omega$ y $R_{ac} = 120\ \Omega$.
3. d) $I = \frac{30}{120} = 0.25$ A, así que $V_{R3} = V_{bc} = 20(0.25) = \mathbf{5\ V}$.

6.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.6**.

Ejercicio propuesto 6.6.1

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno vespertino, problema 4.

Con $\varepsilon = 28$ V, $R_{ab} = 5\ \Omega$ y $R_{ef} = 3\ \Omega$; entre b y e hay una rama central de 12 Ω en paralelo con una rama derecha de 6 + 4 + 2 Ω. Determine:

- a) R_{af};
- b) i;
- c) V_{be};
- d) i_1 (rama derecha);
- e) la energía en el resistor de 4 Ω en 3 min.

Resultado: 14 Ω; 2 A; 12 V; 1 A; 720 J.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

Ejercicio propuesto 6.6.2

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno vespertino, problema 4.

Una fuente de 12 V alimenta $R_1 = 10$, $R_2 = 5$ y $R_3 = 3\ \Omega$ en serie, en paralelo con $R_4 = 15\ \Omega$. Determine el voltaje y la corriente en cada resistencia.

Resultado: $i_{123} = 0.667$ A e $i_4 = 0.8$ A; $V_1 = 6.67$ V, $V_2 = 3.33$ V, $V_3 = 2.00$ V, $V_4 = 12$ V.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

Ejercicio propuesto 6.6.3

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno matutino, problema 4 b)–d).

Con $R_1 = 5$, $R_2 = 12$, $R_3 = 6$, $R_4 = 2$, $R_5 = 4$ y $R_6 = 2\ \Omega$, una fuente de 40 V, $V_{be} = 16$ V y $P_{R1} = 20$ W, determine las corrientes i_3 (en R_4), i_1 (en R_1) e i_2 (en R_5).

Resultado: $i_3 = 8$ A; $i_1 = 2$ A; $i_2 = 6$ A.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

Ejercicio propuesto 6.6.4

Adaptado de: segundo examen final 2019-2, problema 4 b).

Un circuito de dos mallas tiene $\xi_1 = 20$ V, $\xi_2 = 15$ V, $R_1 = R_5 = 10\ \text{k}\Omega$, $R_{34} = 15\ \text{k}\Omega$ y

$R_2 = 20\ \text{k}\Omega$. Determine I_1, I_2 e I_3 por Kirchhoff. (El inciso c), con fuente alterna, está en la Unidad 7.)

Resultado: $I_1 = 0.925\ \text{mA}$, $I_2 = 0.825\ \text{mA}$, $I_3 = 0.1\ \text{mA}$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

Ejercicio propuesto 6.6.5

Adaptado de: segundo examen final 2020-1, problema 3.

En un circuito de dos mallas con dos fuentes, determine i_1, i_2, i_3 y la potencia de ε_1. Los valores de la figura original no se reproducen aquí; el ejercicio se incluye por su resultado, útil para comprobar el método de 6.3.3.

Resultado: $i_1 = 3\ \text{A}$, $i_2 = 1.667\ \text{A}$, $i_3 = -1.333\ \text{A}$; $P_{\varepsilon 1} = 18\ \text{W}$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

6.7 Errores frecuentes

1. **Serie solo si no hay nodo en medio.** Dos resistencias en la misma «línea» con un cable que sale entre ellas **no** están en serie.
2. **Paralelo:** de dos iguales, $R/2$; de dos distintas, producto entre suma (no la suma).
3. **Minutos a segundos** en la energía.
4. **Prefijos:** kΩ, mA, μF, μC se escriben con potencias de 10.
5. **Corriente negativa en Kirchhoff:** no es un error; solo indica el sentido contrario a la flecha.
6. **Corriente de la rama:** la potencia de una resistencia se calcula con la i de su rama, no con la total (también para «¿cuál disipa más?»).
7. **Capacitores al revés que resistencias:** en paralelo se suman; en serie, los inversos.
8. **Capacitores en serie** comparten **carga**, no voltaje; en paralelo comparten **voltaje**.
9. **Orden de subíndices:** $V_{cf} = V_c - V_f$; el orden da el signo (véase el Apéndice C.6).
10. **Resistencia interna:** la fem da εi; al resto del circuito llega $(\varepsilon - ri)\,i$.

6.8 Formulario de emergencia de la unidad

- $V = Ri \cdot R = \rho L/A \cdot$ serie $\sum R \cdot$ paralelo $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
- $P = \varepsilon i = Ri^2 = V^2/R \cdot E = P\Delta t$
- LCK: entra = sale · LVK: $-\varepsilon + \sum Ri = 0$ (signos de 6.3.3)
- $q = CV \cdot C = \varepsilon A/d \cdot$ capacitores: paralelo $\sum C_i$, serie $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \cdot U = \frac{1}{2}CV^2$
- Inductores: como resistencias (Unidad 5)

6.9 Procedimiento recomendado en el examen

1. Nodos con letras en el dibujo.
2. Cada reducción con nombre y número.
3. i_{total}, luego el voltaje de cada bloque y luego las corrientes de rama. En capacitores: q_{total}, luego el V de cada bloque y luego la q de cada uno.
4. Comprobación de la suma de corrientes (o de cargas).
5. Cada resultado recuadrado.

Si no se encuentra el camino, escribe las ecuaciones LCK y LVK aunque no se resuelvan, y dibuja el circuito reducido. El planteamiento correcto también cuenta.

Unidad 7 · Circuitos eléctricos de corriente alterna (lo mínimo)

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno realizará balances de energía en circuitos eléctricos sencillos, de corriente alterna.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece como inciso en 2 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014, siempre al final de un problema de la Unidad 6.
- **Tiempo:** de 30 a 45 minutos para esta unidad.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 7.1 (10 min).
  2. Sigue el ejemplo 7.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve el ejercicio 7.5.1 (10 min).

7.1 Conceptos y expresiones

Fuente alterna en un circuito resistivo. La fuente de corriente directa se sustituye por un voltaje que varía con el tiempo:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t)$$

donde V_m es el valor **pico** (máximo) y ω la frecuencia angular, en [rad/s]; $\omega = 2\pi f$.

Si el circuito solo tiene resistencias, la resistencia equivalente R_{eq} se obtiene igual que en la Unidad 6 y la corriente sigue al voltaje en cada instante:

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_{eq}} = I_m \cos(\omega t), \qquad I_m = \frac{V_m}{R_{eq}}$$

Valores eficaces (RMS). Son los valores de corriente directa que disiparían la misma potencia media en una resistencia:

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}, \qquad I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{V_{ef}}{R_{eq}}$$

Potencia media en una resistencia. Con los valores eficaces, las expresiones son las de corriente directa: $P = V_{ef} I_{ef} = R I_{ef}^2$.

7.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«si ε se cambia por $v(t) = V_m \cos(\omega t)$»	el mismo circuito resistivo con fuente alterna	7.3
«corriente eficaz», «valor RMS»	$I_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}\,R_{eq}}$	7.3

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«sin la segunda fuente y con $\xi_1 = V_m \operatorname{sen} \omega t$»	una sola fuente alterna: $i(t) = v(t)/R$	7.3

7.3 Procedimiento

1. Reduce el circuito como en la Unidad 6 hasta la resistencia que ve la fuente. Casi siempre ya se calculó en un inciso anterior.
2. Identifica el valor pico V_m: es el número que multiplica al coseno (o al seno).
3. Escribe $i(t) = \frac{v(t)}{R_{eq}}$, con la misma función del tiempo.
4. Calcula el eficaz: $I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$, o bien $V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ y después $I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R_{eq}}$.
5. Si se pide la corriente en una rama que no es la de la fuente, reparte como en la Unidad 6 usando valores eficaces.

7.4 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo B, problema 3 e).
En el circuito del ejercicio 6.5.6 ($R_{ed} = 10\ \Omega$; $R_1 = 6\ \Omega$ está en la rama de la fuente), la fuente $\varepsilon = 30$ V se cambia por $v(t) = 12\cos(200\pi t)$ V. Determine la corriente eficaz en R_1.

Resolución.

1. La resistencia que ve la fuente ya se conoce: $R_{ed} = 10\ \Omega$, y R_1 lleva la corriente total.
2. $i(t) = \frac{12\cos(200\pi t)}{10} = 1.2\cos(200\pi t)$ A.
3. $I_{ef} = \frac{1.2}{\sqrt{2}} = \mathbf{0.8485\ A}$.
4. Por el otro camino: $V_{ef} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 8.485$ V, dividido entre 10 Ω, da el mismo resultado.

7.5 Ejercicios de examen (resueltos)

Ejercicio 7.5.1 · Corriente eficaz con tres resistores en paralelo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 4 d).

- El circuito del ejercicio 6.5.4: tres resistores de 150 Ω en paralelo, $R_{eq} = 50\ \Omega$.
- La fuente $\varepsilon = 1.5$ V se cambia por $v(t) = 2.5\cos(120\pi t)$ V.

Determine la corriente eficaz.

Resolución.

1. $V_{ef} = \frac{2.5}{\sqrt{2}} = 1.768$ V.
2. $I_{ef} = \frac{1.768}{50} = \mathbf{0.0354\ A}$.

7.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelo sin ver la solución. La resolución completa está en el **Apéndice E, sección E.7**.

Ejercicio propuesto 7.6.1

Adaptado de: segundo examen final 2019-2, problema 4 c).

En el circuito del ejercicio propuesto 6.6.4 se elimina ξ_2 y ξ_1 se sustituye por $\xi_1 = 20\,\operatorname{sen}\omega t$ V. Determine la corriente.

Resultado: $I = 0.571\,\operatorname{sen}\omega t$ mA.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

7.7 Errores frecuentes

1. **Pico contra eficaz:** en $v(t) = 12\cos(200\pi t)$, el pico es 12; el eficaz es $12/\sqrt{2}$, no 12.
2. **No recalcular el circuito:** la resistencia equivalente es la misma que con corriente directa; solo cambia la fuente.
3. **Dividir entre $\sqrt{2}$ dos veces:** si se pasa V_m a V_{ef}, la corriente que resulta ya es eficaz.
4. **La frecuencia no interviene** en un circuito solo con resistencias: ω se conserva en $i(t)$, pero no cambia los valores eficaces.

7.8 Formulario de emergencia de la unidad

- $v(t) = V_m\cos(\omega t)\cdot\omega = 2\pi f\cdot i(t) = v(t)/R_{eq}$
- $V_{ef} = V_m/\sqrt{2}\cdot I_{ef} = I_m/\sqrt{2} = V_{ef}/R_{eq}$
- $P = V_{ef}I_{ef} = RI_{ef}^2$

7.9 Procedimiento recomendado en el examen

1. Copia la R_{eq} del inciso anterior.
2. Escribe $i(t)$ completa, con su función del tiempo.
3. Indica explícitamente cuál valor es pico y cuál es eficaz.
4. Recuadra el resultado.

Apéndice A · Formulario y constantes

↑ Volver al índice

Constantes:

- g: la que dé el enunciado (en Ciudad Universitaria, 9.78 m/s²).
- $\rho_{agua} = 1000\ \text{kg/m}^3 \cdot \rho_{Hg} = 13\,600\ \text{kg/m}^3$.
- 1 atm = 101 325 Pa · 1 bar = 10^5 Pa · $T[\text{K}] = T[^\circ\text{C}] + 273.15$.
- Aire como gas ideal: $R = 286.7$, $c_p = 1003.7$, $c_v = 717$ J/(kg K), $k = 1.4$.
- $\bar{R} = 8.314$ J/(mol K).
- $k_e = 9 \times 10^9$ N m²/C² · $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C²/(N m²) · $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m/A.
- $q_e = -1.6 \times 10^{-19}$ C.

Tema	Expresiones
Presión (U1)	$P_{abs} = P_{atm} + P_{man} \cdot P_{abs} = P_{atm} - P_{vac} \cdot P_2 - P_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$ $\cdot\ \gamma = \rho g \cdot \delta = \rho/1000 \cdot \nu = V/m = 1/\rho \cdot P_{atm} = \rho_{Hg} g h \cdot \frac{F}{A} = \frac{f}{a}$
Calor (U1)	$Q = mc\Delta T \cdot Q = mh_{fus}$ · sistema aislado: $\sum Q = 0$
Primera ley (U2)	$Q + W = \Delta U$ (lo que entra al sistema es positivo) · $W = -\int P\,dV \cdot \Delta U = mc_v \Delta T \cdot W_{eje} = \dot{W}\,t \cdot W_{\text{eléc}} = V\,i\,t \cdot$ politrópico $W = \frac{mR(T_2 - T_1)}{n-1}$ · abierto: $\dot{m} = \rho v A$, $0 = \Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h$
Segunda ley (U3)	$\eta = \frac{\lvert W\rvert}{\lvert Q_A\rvert} \cdot \eta_C = 1 - \frac{T_B}{T_A} \cdot \beta_{R,C} = \frac{T_B}{T_A - T_B} \cdot \lvert Q_A\rvert = \lvert W\rvert + \lvert Q_B\rvert \cdot$ $\Delta S = \frac{Q}{T} \cdot \Delta S = mc \ln \frac{T_2}{T_1} \cdot \Delta S = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} - mR \ln \frac{P_2}{P_1} \cdot \Delta S_{univ} \geq 0$
Ciclos (U4)	adiabático $T_2 = T_1 r^{k-1}$, $P_2 = P_1 r^k$ · Otto $q_{sum} = c_v(T_3 - T_2)$, $\eta = 1 - r^{1-k}$ · Diesel $q_{sum} = c_p(T_3 - T_2)$
Electrostática (U5A)	$F = k\frac{\lvert q_1 q_2\rvert}{r^2} \cdot \vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r} \cdot V = k\frac{q}{r} \cdot U = qV \cdot W = q(V_B - V_A) \cdot$ placas $E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} \cdot \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$
Campo magnético (U5B)	alambre $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}$ · solenoide $B = \frac{\mu_0 N i}{\ell} \cdot \vec{B}_{tot} = \sum \vec{B} \cdot \Phi = BA \cdot$ $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \cdot \vec{F} = i\vec{\ell} \times \vec{B} \cdot \varepsilon = -L\frac{di}{dt}$
Circuitos y capacitores (U6)	$V = Ri$ · serie $\sum R$ · paralelo $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot P = Vi = Ri^2 \cdot E = Pt \cdot$ Kirchhoff · $C = \frac{\varepsilon A}{d} \cdot q = CV \cdot$ serie $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$ · paralelo $C = \sum C_i \cdot U = \frac{1}{2}CV^2$
Corriente alterna (U7)	$V_{ef} = V_p/\sqrt{2} \cdot I_{ef} = I_p/\sqrt{2}$

Apéndice B · Qué vino en cada final colegiado (2012–2014)

↑ Volver al índice

Examen	Termodinámica	Electromagnetismo
2012-1, tipo A	manómetro y vacuómetro · cascada (sistema abierto) · ciclo Diesel	alambre y campo uniforme · circuito · carga a partir de $\vec{E}$
2012-2, tipo A	tapa con vacío · primera ley por trayectorias · ciclo Otto	campo y trabajo para mover una carga · alambre y solenoide, $q\vec{v} \times \vec{B}$
2013-1, tipo A	tanque esférico (volumen específico) · politrópico · ciclo Diesel	placas paralelas y $q\vec{v} \times \vec{B}$ · circuito
2013-2, tipo A	pistón con resistor · ciclo isotérmico-isométrico	circuito con dos baterías · solenoide y alambre, flujo
2014-1, tipo A	mercurio y agua · rueda de paletas y entropía · ciclo con tabla	circuito · solenoide y alambre
2014-2, tipo A	tanque con manómetro y barómetro · hielo y agua con entropía	circuito · solenoide y alambre que anula B
2012-1, tipo B	hidrógeno con rueda de paletas · níquel y agua con entropía · refrigerador de Carnot	Coulomb, potencial y campo · solenoide, inductancia en serie
2012-2, tipo B	prensa hidráulica · continuidad en tubería · isotérmico y entropía	energía potencial de un protón · capacitores · alambre y solenoide
2013-1, tipo B	tubo en U · helio · fusión de plata (entropía) · ciclo Rankine	capacitores · dos conductores: campo y fuerza
2013-2, tipo B	depósito con tres líquidos · máquina térmica y Clausius	circuito con corriente eficaz · alambre y partícula alfa
2014-1, tipo B	esfera hueca (¿flota?) · isobárico con moles · aire acondicionado de Carnot	cargas a partir de $\vec{E}$ · conductor en un imán
2014-2, tipo B	tobera adiabática · ciclo Otto	cargas: campo, fuerza, potencial, energía, $q\vec{v} \times \vec{B}$ · capacitores, inductores y circuito

Apéndice C · Fe de erratas

↑ Volver al índice

Diferencias entre las resoluciones publicadas de los exámenes y los valores verificados en este cuaderno.

C.1 · Unidad 1 · Conceptos fundamentales: presión, fluidos y calorimetría

Final colegiado 2013-2, tipo B, problema 1:

- la presión del gas aparece como «10 640.64 kPa»; son **Pa**;
- P_A aparece como 12 987.64 Pa; el valor correcto es **12 987.84 Pa**.

Segundo examen final 2019-2, problema 1 b): el volumen específico aparece como 0.9931; el valor correcto es 9.931×10^{-4} m³/kg.

Primer examen final 2020-1, turno vespertino, problema 1: la resolución usa $g = 9.81$, aunque el enunciado no lo indica.

C.2 · Unidad 2 · Primera ley de la termodinámica: sistemas cerrados y abiertos

Final colegiado 2013-1, tipo B, problema 2: en la resolución publicada aparecen en la sustitución $\rho_1 = 0.1315$ kg/m³ y $R = 2007$ J/(kg K); los valores correctos son $\rho_1 =$ **0.1271 kg/m³** y $R =$ **2077 J/(kg K)**. La temperatura final, 1073.66 K, no depende de esos valores y coincide.

Final colegiado 2014-2, tipo B, problema 1:

- el gasto másico aparece como 0.6577 kg/s; el valor correcto es **6.577×10^{-4} kg/s** (error de un factor 10^3);
- en la sustitución de T_2 aparece 433.15 K como temperatura de entrada; el valor correcto es **453.15 K**. El resultado publicado, 299.72 K, sí es correcto;
- el área de salida aparece como 0.00127 m², porque arrastra el error del gasto másico; el valor correcto es **1.272×10^{-6} m²**.

C.3 · Unidad 3 · Segunda ley de la termodinámica: máquinas, refrigeradores y entropía

Final colegiado 2014-2, tipo A, problema 2 d): en la suma de entropías aparece «+(−85.4593)»; el término correcto es +85.4593 J/K. El resultado publicado, 6.8284 J/K, sí es correcto.

Final colegiado 2012-1, tipo B, problema 2 b): en la resolución publicada aparece 0.2461 J/K; con T_{eq} sin redondear, el valor es **0.2455 J/K** (la diferencia viene del redondeo en una resta de números parecidos).

Segundo examen final 2019-2, problema 2: Q_{34} aparece como −12.129 kJ; el valor correcto es **−12.147 kJ**.

C.4 · Unidad 4 · Ciclos termodinámicos: Otto, Diesel y Rankine

Final colegiado 2014-2, tipo B, problema 3:

- en la resolución publicada aparece $\eta = 0.6597$ (65.97 %); el valor correcto es **0.6297**, que es lo que da su propio cociente $\frac{1120.94}{1780}$;
- el trabajo de expansión aparece como −1487.244 kJ/kg, calculado con $\frac{P_4 v_4 - P_3 v_3}{k-1}$ y $P_4 = 365.7$ kPa; la diferencia con −1487.5 kJ/kg es solo de redondeo.

Final colegiado 2012-2, tipo A, problema 3:

- en la resolución publicada aparece «20 °C = 273.15 K», aunque los cálculos usan 293.15 K; el valor correcto es **293.15 K**;
- P_3 aparece como 4383.36 kPa porque se redondea $v_2 = 0.0737$; con $v_2 = 0.07372$ el valor es **4381.9 kPa**;
- Δs_{23} aparece como 252.64 J/(kg K); el valor correcto es **252.73 J/(kg K)**.

Final colegiado 2013-1, tipo A, problema 3: los datos de 3.8 L y 27 °C no son exactamente consistentes con 4.2 g de aire; la resolución publicada calcula T_2 con $PV = mRT$ (885.66 K) en lugar de $T_1 r^{0.4}$ (886.7 K).

Final colegiado 2014-1, tipo A, problema 3: con $Pv = RT$, el estado 1 da 348.8 K; el enunciado y la resolución publicada usan 350 K.

Final colegiado 2013-1, tipo B, problema 4: en la resolución publicada aparece $q_{23} = -1793.03$ kJ/kg; el valor correcto es **−1793.01 kJ/kg**.

C.5A · Unidad 5A · Electromagnetismo — Parte A: electrostática y fuerza sobre cargas en movimiento

Final colegiado 2012-1, tipo A, problema 6: en la resolución publicada aparece el campo sustituido como 120×10^{-3} N/C; el valor correcto es 120×10^{3} N/C. El resultado final, $Q = -12$ nC, sí es correcto.

Final colegiado 2014-1, tipo B, problema 4: en la resolución publicada aparece $\vec{E}_C = -80\,\hat{\imath} - 45\,\hat{\jmath}$ al inicio; el valor correcto es $(-120\,\hat{\imath} - 45\,\hat{\jmath}) \times 10^{3}$ N/C, que es el que se usa en los cálculos.

Final colegiado 2014-2, tipo B, problema 2 b): en la resolución publicada la fuerza aparece en N/C; la unidad correcta es **N**.

Primer examen final 2019-2, turno matutino, problema 3 a): en la resolución publicada aparece −21.6; el valor correcto es $-2.16 \times 10^{-11}\,\hat{\jmath}$ **N**.

Primer examen final 2020-1, turno vespertino, problema 3 a): en la resolución publicada se usan 0.04 m y 0.03 m (conversión incorrecta de centímetros) y aparece $(9\,\hat{\imath} - 16\,\hat{\jmath})$ N; el valor correcto es $(0.09\,\hat{\imath} - 0.16\,\hat{\jmath})$ **N**.

C.5B · Unidad 5B · Electromagnetismo — Parte B: campo magnético e inductancia

Final colegiado 2014-2, tipo B, problema 4 b): en la resolución publicada aparece $L_{ab} = 0.5$ H (la figura indica 0.05 H) y, con ese dato, $L_2 = 0.3$ H y $L_1 = 0.6$ H. El método es el mismo; con el valor de la figura, los valores correctos son $L_2 = 0.975$ **H** y $L_1 = 1.95$ **H**.

C.6 · Unidad 6 · Circuitos eléctricos de corriente directa y capacitores

Final colegiado 2013-1, tipo A, problema 5 b): en la resolución publicada aparece $\varepsilon = R_{bc}I$; la expresión correcta es $\varepsilon = R_{ac}I$. El valor numérico, $I = 10$ A, es correcto.

Final colegiado 2014-2, tipo A, problema 3 e): en la resolución publicada aparece +10 V, que corresponde a V_{fc}; el valor correcto es $V_{cf} = -10$ **V**.

Final colegiado 2014-2, tipo B, problema 4 b): véase el Apéndice C.5B (valor de la inductancia entre a y b).

Apéndice D · Fuentes y bibliografía

↑ Volver al índice

Exámenes de los que se adaptaron los ejercicios:

- Primeros exámenes finales colegiados de *Principios de Termodinámica y Electromagnetismo*, semestres 2012-1, 2012-2, 2013-1, 2013-2, 2014-1 y 2014-2, tipos A y B, con sus resoluciones publicadas. Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Primeros y segundos exámenes finales comunes de *Principios de Termodinámica y Electromagnetismo*, *Fundamentos de Termodinámica y Electromagnetismo* y *Sistemas Termodinámicos y Electromagnetismo*, semestres 2019-1, 2019-2 y 2020-1, con sus resoluciones publicadas. Facultad de Ingeniería, UNAM.

Material de consulta:

- Bárcenas Escobar, M.; Gámez Leal, R.; Hernández Quintero, A. *Cuaderno de ejercicios de Principios de Termodinámica y Electromagnetismo*. Facultad de Ingeniería, UNAM, 2012.
- Maldonado Susano, M. C. *Principios de Termodinámica y Electromagnetismo* (apuntes de los temas 1 a 5).
- Aguirre Maldonado, E.; Jaramillo Morales, G. A. *Cuaderno de ejercicios de Electricidad y Magnetismo*. Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Programa de la asignatura *Principios de Termodinámica y Electromagnetismo* (clave 1314), plan de estudios 2010. Facultad de Ingeniería, UNAM.

Apéndice E · Resoluciones de los ejercicios propuestos

↑ Volver al índice

E.1 · Unidad 1 · Conceptos fundamentales: presión, fluidos y calorimetría

Ejercicio 1.6.1

← volver

1. Regresión: $m = 9847.62$ Pa/m, $b = -5.238$ Pa.
2. $\gamma = 9847.62$ N/m³, $\rho = \frac{9847.62}{9.78} = 1006.9$ kg/m³, $\delta = 1.0069$, $\nu = 9.931 \times 10^{-4}$ m³/kg.
3. $P_{man} = 78\,100 - 77\,100 = 1000$ Pa, de donde $z = \frac{1000+5.238}{9847.62} = \mathbf{0.102\ m}$.

Ejercicio 1.6.2

← volver

1. Regresión: $m = 9810$ Pa/m, $b \approx 0$.
2. $\rho = m/g$: con $g = 9.78$, **1003.07 kg/m³**; con $g = 9.81$, 1000 kg/m³. Indica cuál usas.

Ejercicio 1.6.3

← volver

1. $\frac{mg}{A_1} = \rho_{ac} g h$, de donde $h = \frac{\delta \cdot 1000 \cdot a^3}{A_1 \rho_{ac}} = \frac{7.85(1000)(0.05)^3}{(0.01)(920)} = \mathbf{0.1067\ m}$.
2. $g = \frac{\gamma}{\rho} = \frac{76\,773}{7850} = \mathbf{9.78\ m/s^2}$.

Ejercicio 1.6.4

← volver

1. $P_{atm} = 13\,600(9.78)(0.56) = 74\,484.48$ Pa.
2. $P_A = 95\,000 + 74\,484.48 = \mathbf{169.48\ kPa}$.
3. $\rho_{gli} = \frac{0.3783}{3\times10^{-4}} = 1261$ kg/m³; con la columna vacuométrica, $P_B = 169\,484.48 - 1261(9.78)(0.4) = \mathbf{164.55\ kPa}$.

Ejercicio 1.6.5

← volver

1. Regresión $Q = f(T)$: $m = 422.034$ J/°C, $b = 2874.58$ J.
2. $m_{hielo} = \frac{422.034}{2220} = \mathbf{0.190\ kg}$.
3. $Q = 0.190(333\,000) = \mathbf{63.3\ kJ}$.

Ejercicio 1.6.6

← volver

1. $Q = 1938.56\,T - 55\,703.72$.
2. $c = \frac{1938.56}{0.463} = 4186.96$ J/(kg °C), así que es **agua**.
3. $Q(35) = 1938.56(35) - 55\,703.72 = \mathbf{12\ 146\ J}$.

E.2 · Unidad 2 · Primera ley de la termodinámica: sistemas cerrados y abiertos

Ejercicio 2.6.1

← volver

1. Volumen constante: $\frac{P}{mT}$ es constante.
2. a) $P_2 = P_1 \frac{m_2}{m_1}\frac{T_2}{T_1} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{358.15}{298.15} = \mathbf{3.0031\ atm} = 304\,289$ Pa.
3. b) Sin sacar gas: $P_3 = 5 \cdot \frac{358.15}{298.15} = \mathbf{6.0062\ atm} = 608\,578$ Pa.

Ejercicio 2.6.2 ← volver

1. $mR = \frac{15\,000(0.05)}{523.37} = 1.433$ J/K.
2. Estado 2: $P_2 = 15\,000$ Pa; $T_2 = \frac{15\,000(0.08)}{1.433} = 837.4$ K.
3. Estado 3: $T_3 = 837.4$ K; $V_3 = \frac{1.433(837.4)}{8000} = 0.15$ m³.
4. Estado 4: $V_4 = 0.15$ m³; $T_4 = 523.37$ K; $P_4 = \frac{1.433(523.37)}{0.15} = 5000$ Pa.
5. b) $W_{23} = -mRT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = -1.433(837.4) \ln \frac{0.15}{0.08} = \mathbf{-754.33\ J}$.
6. c) $W_{41} = -mRT_1 \ln \frac{0.05}{0.15} = +823.95$ J, así que $Q_{41} = -W_{41} = \mathbf{-823.95\ J}$ (rechaza calor).

Ejercicio 2.6.3 ← volver

1. a) $m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{10^{-3}}{1.2} = \mathbf{8.333 \times 10^{-4}\ kg}$.
2. b) $T = \frac{PV}{mR}$: $T_1 = 321.95$, $T_2 = 1254.36$, $T_3 = 10\,034.8$, $T_4 = 2575.6$ K.
3. c) $W_{neto} = -(300\,000 - 77\,000)(8-1) \times 10^{-3} = \mathbf{-1561\ J}$.
4. d) Entra calor en 1⟶2 (isométrico) y en 2⟶3 (isobárico): $Q_{12} = mc_v(T_2 - T_1) = 557.1$ J; $Q_{23} = mc_p(T_3 - T_2) = 7346.3$ J; $Q_{sum} = \mathbf{7903.5\ J}$.
5. e) $\eta = \frac{1561}{7903.5} = \mathbf{0.1975}$ (19.75 %).

Ejercicio 2.6.4 ← volver

1. $\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{5\times10^5}{287(320)} = 5.444$ kg/m³.
2. $A_1 = \frac{\pi(0.025)^2}{4} = 4.909 \times 10^{-4}$ m².
3. $\dot{m} = 5.444(30)(4.909 \times 10^{-4}) = \mathbf{0.0802\ kg/s}$.

E.3 · Unidad 3 · Segunda ley de la termodinámica: máquinas, refrigeradores y entropía

Ejercicio 3.6.1 ← volver

1. $T_A = 573.15$ K y $T_B = 348.15$ K.
2. 1⟶2: $\Delta U = 0$; $\Delta S = \frac{20\,000}{573.15} = 34.89$ J/K.
3. 2⟶3: $Q = 0$; $\Delta U = -7$ kJ; $\Delta S = 0$.
4. 3⟶4: $Q_B = (-34.89)(348.15) = \mathbf{-12.147\ kJ}$; $\Delta U = 0$; $W = +12.147$ kJ.
5. 4⟶1: $Q = 0$; $\Delta S = 0$.
6. b) $\eta_C = 1 - \frac{348.15}{573.15} = \mathbf{0.3926}$ (cerca de 39 %). Comprobación: $1 - \frac{12.147}{20} = 0.3927$.

Ejercicio 3.6.2 ← volver

1. $T_A = 333$ K y $T_B = 293.15$ K, así que $\eta = 1 - \frac{293.15}{333} = \mathbf{0.1197}$.
2. $\Delta S_{12} = \frac{153\,795}{333} = 461.85$ J/K; los adiabáticos dan 0, así que $\Delta S_{34} = \mathbf{-461.85\ J/K}$.

Ejercicio 3.6.3 ← volver

1. $m = 0.028966$ kg.
2. $\Delta S_{AB} = mR \ln 5 = 0.028966(287) \ln 5 = \mathbf{13.38\ J/K}$.

3. $T_B = \frac{101\,325(0.05)}{0.028966(287)} = 609.42$ K; isobárico: $T_C = T_B \frac{V_C}{V_B} = 121.88$ K.
4. $\Delta S_{BC} = mc_p \ln \frac{121.88}{609.42} = \mathbf{-46.85\ J/K}$.
5. Ciclo: $\Delta S_{CA} = -(13.38 - 46.85) = \mathbf{+33.47\ J/K}$.

Ejercicio 3.6.4 ← volver

1. Las temperaturas límite del ciclo del ejercicio 2.6.2 son 837.4 K y 523.37 K.
2. $\eta_C = 1 - \frac{523.37}{837.4} = \mathbf{0.375}$.

Ejercicio 3.6.5 ← volver

1. $\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$.
2. $\Delta s = 1005 \ln \frac{300}{320} - 287 \ln \frac{1}{5} = -64.86 + 461.91 = \mathbf{397.05\ J/(kg\ K)}$.

E.4 · Unidad 4 · Ciclos termodinámicos: Otto, Diesel y Rankine

Ejercicio 4.6.1 ← volver

1. En Otto, $\eta = 1 - r^{1-k} = 1 - 12^{-0.4} = \mathbf{0.630}$.

Ejercicio 4.6.2 ← volver

1. a) $T_2 = T_1 r^{k-1} = 298.15(15)^{0.4} = \mathbf{880.8\ K}$.
2. b) $r_c = \frac{T_3}{T_2} = \frac{1110}{880.8} = \mathbf{1.260}$.
3. c) $q_{23} = c_p(T_3 - T_2) = 1003.7(1110 - 880.8) = \mathbf{230.1\ kJ/kg}$.
4. d) Con $T_4 = 412.16$ K (ejercicio 4.5.2): $q_{41} = c_v(T_1 - T_4) = 717(298.15 - 412.16) = -81.7$ kJ/kg, así que $\eta = 1 - \frac{81.7}{230.1} = \mathbf{0.645}$.

Ejercicio 4.6.3 ← volver

1. Solo entra calor en 1⟶2: $q_{sum} = 999.49$ kJ/kg (ejercicio 4.5.5).
2. $\eta = \frac{|w_{neto}|}{q_{sum}} = \frac{244.66}{999.49} = \mathbf{24.5\ \%}$.

E.5A · Unidad 5A · Electromagnetismo — Parte A: electrostática y fuerza sobre cargas en movimiento

Ejercicio 5.6.1 ← volver

1. a) $\vec{F}_e = q_e \vec{E}_A = (-1.6 \times 10^{-19})(135 \times 10^6\, \hat{\jmath}) = -2.16 \times 10^{-11}\, \hat{\jmath}$ **N**.
2. $(-\hat{\imath}) \times (-\hat{\jmath}) = \hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$, así que $\vec{v} \times \vec{B} = (2.9 \times 10^6)(0.625)\,\hat{k} = 1.8125 \times 10^6\, \hat{k}$.
3. b) $\vec{F}_m = (-6 \times 10^{-6})(1.8125 \times 10^6)\,\hat{k} = -10.875\,\hat{k}$ **N**.

Ejercicio 5.6.2 ← volver

1. a) $\vec{r} = (3, -4, 0)$ y $r = 5$ m, así que $\vec{E} = \frac{9\times10^9(2\times10^{-6})}{25} \cdot \frac{(3,-4)}{5} = (432\,\hat{\imath} - 576\,\hat{\jmath})$ **N/C**.
2. b) $V_{BC} = kq_1\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) + kq_2\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right) = 6000 - 3000 = \mathbf{3000\ V}$.
3. c) $B = \frac{4\pi\times10^{-7}(10)}{2\pi(1)} = 2\times10^{-6}$ T; con el sentido de la corriente de la figura, $\vec{B} = -2\times10^{-6}\,\hat{k}$ **T**.

Ejercicio 5.6.3 ← volver

1. $E_1 = \frac{9\times10^9(1.6\times10^{-6})}{0.4^2} = 90\,000$ N/C en $+\hat{\imath}$ (positiva, se aleja).
2. $E_2 = \frac{9\times10^9(1.6\times10^{-6})}{0.3^2} = 160\,000$ N/C en $-\hat{\jmath}$ (negativa, hacia ella).
3. a) $\vec{F} = q_p\vec{E} = (0.09\,\hat{\imath} - 0.16\,\hat{\jmath})$ **N**.
4. b) $\vec{F}_m = 1.6\times10^{-6}(25)(0.6)\,\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = 24\times10^{-6}\,\hat{k}$ **N**.

Ejercicio 5.6.4 ← volver

1. b) $C = \frac{8.85\times10^{-12}(11.3)}{10^{-4}} = 1\ \mu$F, así que $V_{BC} = \frac{20\times10^{-6}}{10^{-6}} =$ **20 V**.
2. c) $B = \frac{4\pi\times10^{-7}(2)}{2\pi(1.25)} = 3.2\times10^{-7}$ **T**, en $+\hat{\imath}$.
3. Con $\vec{B} = (3.2\times10^{-7}, 0, 0)$ T y $\vec{v}$ en m/s: $\vec{v}\times\vec{B} = (0,\ 0.0192,\ -0.0128)$.
4. d) $\vec{F} = -1.6\times10^{-19}(0,\ 0.0192,\ -0.0128) = (-3.072\times10^{-21}\,\hat{\jmath} + 2.048\times10^{-21}\,\hat{k})$ **N**.

Ejercicio 5.6.5 ← volver

1. En el punto medio, los campos de las dos cargas se suman en la misma dirección solo si tienen **signos contrarios**.
2. $E_A = 2k\frac{q}{r^2}$ con $r = 0.1$ m, así que $q = \frac{3.6\times10^6(0.01)}{2(9\times10^9)} = 2\ \mu$**C**: $q_1 = 2\ \mu$C y $q_2 = -2\ \mu$C.

E.5B · Unidad 5B · Electromagnetismo — Parte B: campo magnético e inductancia

Ejercicio 5.15.1 ← volver

1. a) $B = \frac{4\pi\times10^{-7}(2000)(3)}{0.16} = 0.04712\,\hat{\imath}$ **T**.
2. b) $\Phi = 0.04712(3.1416\times10^{-4}) =$ **14.80 µWb**.
3. c) $L = \frac{4\pi\times10^{-7}(2000)^2(3.1416\times10^{-4})}{0.16} =$ **9.8696 mH**. Comprobación: $\frac{2000(14.80\times10^{-6})}{3} = 9.87$ mH.
4. d) $L_{eq} = 9.87 + 5 =$ **14.87 mH**.
5. e) $|\varepsilon| = 9.8696\times10^{-3}(100) = 0.987$ V; por Lenz, $V_A < V_B$, así que $V_{AB} = -0.987$ **V**.

Ejercicio 5.15.2 ← volver

1. $B = \frac{4\pi\times10^{-7}(300)(12)}{0.3} =$ **0.01508 T**. Por el sentido de la figura, la resolución publicada lo escribe como $-0.015\,\hat{\imath}$ T.
2. $A = \pi(0.0125)^2 = 4.909\times10^{-4}$ m², así que $L = \frac{4\pi\times10^{-7}(300)^2(4.909\times10^{-4})}{0.3} =$ **0.185 mH**.
3. $U = \frac{1}{2}(1.8506\times10^{-4})(12)^2 =$ **13.32 mJ**.

Ejercicio 5.15.3 ← volver

1. a) $\ell = \frac{\mu_0 N^2\pi d^2}{4L} = \frac{4\pi\times10^{-7}(760)^2\pi(0.025)^2}{4(1.5491\times10^{-3})} =$ **0.23 m**.
2. b) $i = \sqrt{\frac{2(4\times10^{-3})}{1.5491\times10^{-3}}} = 2.2725$ A, así que $P = 40(2.2725) =$ **90.9 W**.

Ejercicio 5.15.4 ← volver

1. $\Phi_1 = 0.1 \cdot \frac{\pi(0.05)^2}{4} = 1.9635 \times 10^{-4}$ Wb; $\Phi_2 = 0$.
2. $\Delta t = \frac{N|\Delta\Phi|}{\varepsilon} = \frac{400(1.9635\times10^{-4})}{5000} = 1.57 \times 10^{-5}$ **s** (0.0157 ms).

E.6 · Unidad 6 · Circuitos eléctricos de corriente directa y capacitores

Ejercicio 6.6.1 ← volver

1. a) Rama derecha = 12; $12 \parallel 12 = 6$, así que $R_{af} = 5 + 6 + 3 = \mathbf{14\ \Omega}$.
2. b) $i = \frac{28}{14} = \mathbf{2\ A}$.
3. c) $V_{be} = 6(2) = \mathbf{12\ V}$.
4. d) $i_1 = \frac{12}{12} = \mathbf{1\ A}$.
5. e) $E = 4(1)^2(180) = \mathbf{720\ J}$.

Ejercicio 6.6.2 ← volver

1. $R_{123} = 18$; $R_{eq} = \frac{18(15)}{33} = 8.18\ \Omega$, así que $i = 1.467$ A.
2. $i_4 = \frac{12}{15} = \mathbf{0.8\ A}$; $i_{123} = \frac{12}{18} = \mathbf{0.667\ A}$.
3. $V_1 = 6.67$ **V,** $V_2 = 3.33$ **V,** $V_3 = 2.00$ **V,** $V_4 = 12$ **V**. Comprobación: $6.67 + 3.33 + 2 = 12$.

Ejercicio 6.6.3 ← volver

1. $i_3 = \frac{V_{be}}{R_4} = \frac{16}{2} = \mathbf{8\ A}$.
2. $P_{R1} = R_1 i_1^2$, de donde $i_1 = \sqrt{20/5} = \mathbf{2\ A}$.
3. LVK en la malla de la figura: $-40 + 4i_2 + 2i_3 = 0$, de donde $i_2 = \frac{40-16}{4} = \mathbf{6\ A}$.

Ejercicio 6.6.4 ← volver

1. Malla izquierda: $-20+10\,000I_1+15\,000I_3+10\,000I_1 = 0$, es decir, $20\,000I_1+15\,000I_3 = 20$.
2. Malla derecha: $20\,000I_2 - 15 - 15\,000I_3 = 0$.
3. Nodo: $I_1 = I_2 + I_3$.
4. Con la calculadora: $I_1 = 0.925$ **mA,** $I_2 = 0.825$ **mA,** $I_3 = 0.1$ **mA**.

Ejercicio 6.6.5 ← volver

1. Plantea LCK en un nodo y LVK en las dos mallas (6.3.3) y resuelve el sistema: $i_1 = 3$ **A,** $i_2 = 1.667$ **A,** $i_3 = -1.333$ **A**. El signo menos indica que i_3 circula al revés de la flecha.
2. $P_{\varepsilon 1} = 6(3) = \mathbf{18\ W}$.

E.7 · Unidad 7 · Circuitos eléctricos de corriente alterna (lo mínimo)

Ejercicio 7.6.1 ← volver

1. Sin ξ_2, la fuente ξ_1 ve una resistencia de $R = 35\ \text{k}\Omega$.
2. $I = \frac{20\,\operatorname{sen}\omega t}{35\,000} = 0.571\,\operatorname{sen}\omega t$ **mA**.