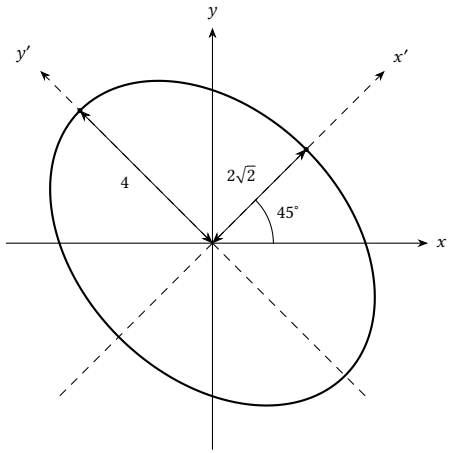


Resultado: el semieje menor mide $2\sqrt{2}$.

1B.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.1B**.

Ejercicio propuesto 1B.6.1

Adaptado de: Cálculo y Geometría Analítica, 1er parcial 2024-2, tipo A, problema 1.

Identifique la curva $x^2 - y^2 + 8y - 17 = 0$ y trace su gráfica.

Resultado: $x^2 - (y-4)^2 = 1$: hipérbola equilátera de eje transverso horizontal, $C(0,4)$, $V(\pm 1, 4)$, $F\left(\pm\sqrt{2}, 4\right)$, asíntotas $y = 4 \pm x$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 134.

Ejercicio propuesto 1B.6.2

Adaptado de: Cálculo y Geometría Analítica, 1er parcial 2025-1, tipo A, problema 1.

Obtenga la ecuación general de la circunferencia de radio 3 cuyo centro es el punto de intersección de la recta $2x - y - 6 = 0$ con el eje de las ordenadas, y trace su gráfica.

Resultado: $x^2 + y^2 + 12y + 27 = 0$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 134.

Ejercicio propuesto 1B.6.3

Adaptado de: Cálculo y Geometría Analítica, serie de ejercicios de secciones cónicas, ejercicio 1.

Determine si la ecuación $4x^2 - 20x - 24y + 97 = 0$ representa una parábola y, en caso afirmativo, obtenga las coordenadas de su vértice.

Resultado: Sí: $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 6(y-3)$, con vértice $\left(\frac{5}{2}, 3\right)$.

CUADERNO DE ESTUDIO INTENSIVO

Curso de Emergencia

Geometría Analítica

Teoría breve, procedimientos y ejercicios de examen resueltos

Fritanga Collective

Versión 0.2.0 · 2026 · CC BY-NC-SA 4.0

Resultado: centro $C(-2,4)$ y radio $r=2$.

Ejercicio 1B.5.4 · Elipse por su centro y dos puntos

Adaptado de: Cálculo y Geometría Analítica, 1er parcial 2025-2, tipo C, problema 1.

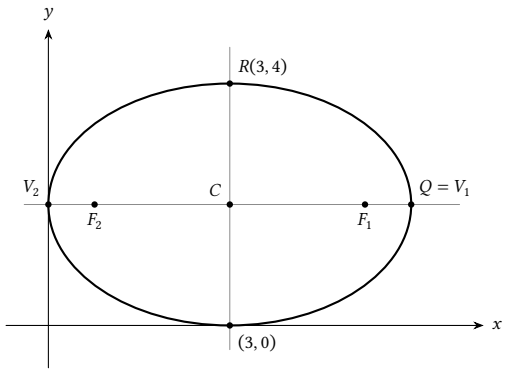
Obtenga la ecuación general de la elipse cuyo eje mayor es paralelo al eje de las abscisas, si los puntos $Q(6,2)$ y $R(3,4)$ pertenecen a ella y su centro es $C(3,2)$. Trace su gráfica.

Resolución.

1. **Forma:** eje mayor horizontal y centro $(3,2)$: $\frac{(x-3)^2}{a^2}+\frac{(y-2)^2}{b^2}=1$.
2. **Semieje mayor:** $Q(6,2)$ tiene la misma ordenada que el centro, así que está sobre el eje mayor: es un vértice y $a=6-3=3$.
3. **Semieje menor:** $R(3,4)$ tiene la misma abscisa que el centro: es un extremo del eje menor y $b=4-2=2$. Se cumple $a>b$, como pide el enunciado.
4. **Forma ordinaria:** $\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$.
5. **Ecuación general:** multiplicando por 36, $4(x-3)^2+9(y-2)^2=36$, es decir,

$$4x^2-24x+36+9y^2-36y+36-36=0 \quad\Rightarrow\quad 4x^2+9y^2-24x-36y+36=0.$$

6. **Elementos para la gráfica:** vértices $(0,2)$ y $(6,2)$; extremos del eje menor $(3,0)$ y $(3,4)$; $c=\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$, focos $\left(3\pm\sqrt{5},\ 2\right)$. La elipse es tangente a los dos ejes coordenados.



Resultado: $4x^2+9y^2-24x-36y+36=0$.

Ejercicio 1B.5.5 · Hipérbola con un parámetro

Adaptado de: Cálculo y Geometría Analítica, 1er parcial 2025-1, tipo C, problema 1.

Calcule un valor de m de forma que la longitud del semieje transverso de la hipérbola $x^2+mx-y^2=0$ sea igual a 3.

Resolución.

Presentación y cómo usar este cuaderno

↑ Volver al índice

Este cuaderno está pensado para quien tiene que aprobar **Geometría Analítica** en poco tiempo: en un examen extraordinario, en un final o después de varias semanas sin estudiar la materia.

Sirve a los dos planes de estudio de la Facultad:

- **Plan 2010:** la asignatura *Geometría Analítica*, con el programa aprobado en 2008. Seis temas: introducción, curvas en el plano polar, álgebra vectorial, la recta y el plano en el espacio, curvas en el espacio y superficies.
- **Plan 2016:** no hay una asignatura con ese nombre. La geometría está en *Cálculo y Geometría Analítica*: el tema 1 (secciones cónicas), el tema 6 (álgebra vectorial, con las cónicas en forma paramétrica y las curvas en el espacio) y el tema 7 (recta y plano). Los temas 2 a 5 son de cálculo y están en el cuaderno de *Cálculo Diferencial*. Las curvas polares y las superficies pasaron a *Cálculo Vectorial*.

El cuaderno sigue el orden del programa de 2010 y marca lo que es de un solo plan:

0. Antes de empezar: qué viene en el examen y **qué plan es el tuyo**.
1. Parte A: Introducción a la Geometría Analítica (solo Plan 2010). Parte B: Secciones cónicas (Plan 2016; repaso para el Plan 2010).
2. Curvas en el plano polar (solo Plan 2010).
3. Álgebra vectorial.
4. La recta y el plano en el espacio.
5. Curvas en el espacio.
6. Superficies (solo Plan 2010).

Cada unidad se enseña igual que en clase: objetivo, conceptos, ejemplo resuelto y ejercicios. La diferencia es que todo está recortado a lo que se pregunta en los exámenes.

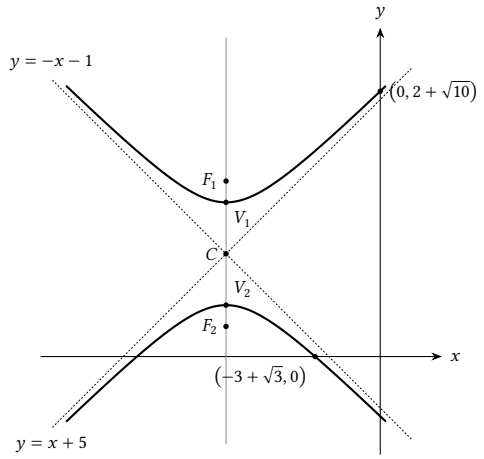
Plan 2016: dos cuadernos para un examen. El final de Cálculo y Geometría Analítica casi siempre tiene seis problemas: los cuatro primeros son de cálculo y están en *Curso de Emergencia, Cálculo Diferencial*; el 5 (vectores) y el 6 (recta y plano) están en las Unidades 3 y 4 de este cuaderno. Cuando trae siete, la geometría son el 6 y el 7 (Apéndice B). Entre los dos cubren el examen completo.

Objetivo de la asignatura (programa).

- *Plan 2010, Geometría Analítica:* «El alumno aplicará los conceptos fundamentales del álgebra vectorial en la solución de problemas de geometría analítica tridimensional y analizará las curvas y superficies cuando sus ecuaciones estén dadas en forma cartesiana, vectorial o paramétrica.»
- *Plan 2016, Cálculo y Geometría Analítica:* «El alumno analizará los conceptos fundamentales del cálculo diferencial de funciones reales de variable real y del álgebra vectorial, y los aplicará en la resolución de problemas físicos y geométricos.»

De dónde salen los ejercicios.

- Plan 2010: los **9 exámenes finales publicados** de Geometría Analítica, de 2012-1 a 2014-2, y tres exámenes parciales de 2005-2 y 2006-2 (de la versión anterior del



Resultado: $(y-2)^2-(x+3)^2=1$: hipérbola equilátera con $C(-3,2)$, $V(-3,3)$ y $(-3,1)$, $F\left(-3,2\pm\sqrt{2}\right)$, asíntotas $y=x+5$, $y=-x-1$.

También en: Cálculo y Geometría Analítica, 1er parcial 2025-2, tipo B, problema 1 ($x^2-y^2+6x+4y+6=0$ es la misma ecuación multiplicada por -1).

Ejercicio 1B.5.2 · Parábola de eje horizontal

Adaptado de: Cálculo y Geometría Analítica, 1er parcial 2026-2, tipo C, problema 1.

Trace la gráfica de la cónica $y^2-2x-8y+12=0$.

Resolución.

1. **Identificación:** solo y aparece al cuadrado: parábola de eje horizontal.
2. **Completar el cuadrado:**

$$y^2-8y+16=2x-12+16 \quad\Rightarrow\quad (y-4)^2=2(x+2).$$

3. **Elementos:** $V(-2,4)$; $4p=2$, $p=\frac{1}{2}>0$: abre a la derecha. Foco $F\left(-\frac{3}{2},4\right)$, directriz $x=-\frac{5}{2}$, eje $y=4$, lado recto 2 con extremos $\left(-\frac{3}{2},3\right)$ y $\left(-\frac{3}{2},5\right)$.
4. **Intersecciones:** con $x=0$, $y^2-8y+12=0$, $y=2$ y $y=6$; con $y=0$, $x=6$.

Puedes copiarla, distribuirla y adaptarla con fines no comerciales, siempre que cites al autor (luigisrs.me) y compartas las adaptaciones con la misma licencia.

Los enunciados de los exámenes se citan como fuente y pertenecen a sus autores. Las referencias completas están en el Apéndice D.

3. Usa cada punto dado para obtener una incógnita: un punto sobre el eje de simetría da directamente un semieje.
4. Desarrolla si se pide la ecuación general.

1B.3.4 Cónica con un parámetro

1. Completa cuadrados dejando el parámetro como letra.
2. Escribe el elemento pedido (semieje, radio, foco) en términos del parámetro.
3. Iguala al valor dado y resuelve; revisa que cada solución dé una cónica del tipo pedido.

1B.3.5 Identificación y rotación de ejes SOLO PLAN 2016

1. Calcula $I = B^2 - 4AC$ y nombra la cónica.
2. Obtén θ de $\cot 2\theta = \frac{A-C}{B}$ (si $A = C$, $\theta = 45°$).
3. Sustituye $x = x'\cos\theta - y'\operatorname{sen}\theta$, $y = x'\operatorname{sen}\theta + y'\cos\theta$, o usa las fórmulas de A' y C' y comprueba $A' + C' = A + C$.
4. Completa cuadrados en x', y' si quedan términos lineales y lee los elementos en el sistema girado.

1B.3.6 Forma paramétrica y vectorial

1. Escribe la forma ordinaria.
2. Iguala cada fracción al cuadrado de $\cos t$, $\operatorname{sen} t$, $\sec t$ o $\tan t$ según la tabla de la sección 1B.1.9.
3. Escribe $\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{\imath} + y(t)\,\hat{\jmath}$ con el intervalo de t.

1B.4 Ejemplo resuelto

Ejemplo resuelto · Parábola: forma ordinaria y gráfica

Adaptado de: Cálculo y Geometría Analítica, 1er parcial 2025-1, tipo D, problema 1.

Escriba la ecuación ordinaria de la cónica $8x^2 - 8x + 2y + 3 = 0$ y trace su gráfica.

Resolución.

1. **Identificación:** solo x aparece al cuadrado ($C = 0$): es una parábola de eje vertical.
2. **Completar el cuadrado:**

$$8\left(x^2 - x\right) = -2y - 3$$
$$8\left(x^2 - x + \tfrac{1}{4}\right) = -2y - 3 + 2$$
$$8\left(x - \tfrac{1}{2}\right)^2 = -2y - 1 = -2\left(y + \tfrac{1}{2}\right).$$

3. **Forma ordinaria:** dividiendo entre 8,

$$\left(x - \tfrac{1}{2}\right)^2 = -\tfrac{1}{4}\left(y + \tfrac{1}{2}\right).$$

4. **Elementos:** $V\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$; $4p = -\frac{1}{4}$, $p = -\frac{1}{16}$: abre hacia abajo. Foco $F\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{16}\right)$, directriz $y = -\frac{7}{16}$, eje $x = \frac{1}{2}$, lado recto $\frac{1}{4}$.

Las unidades de un solo plan lo dicen en su título, y las secciones de un solo plan llevan el rótulo SOLO PLAN 2016 o SOLO PLAN 2010.

0.2 Cómo es el examen

Según los 9 finales del Plan 2010 (de 2012-1 a 2014-2) y los 39 finales de Cálculo y Geometría Analítica (de 2016-1 a 2026-2):

- **Duración:** 2 horas (2.5 horas en los finales del Plan 2010 de 2012).
- **Problemas:** Plan 2010, de 6 a 8 con puntos impresos que suman 100; Plan 2016, 6 (7 en cuatro finales), dos de ellos de geometría.
- **Material:** ninguno. Los exámenes dicen «No se permite el uso de algún dispositivo electrónico» y, desde 2026, tampoco formulario. Los resultados se dejan **exactos**: $\sqrt{14}$, $\frac{3}{\sqrt{26}}$, ang cos $\frac{2}{3}$. No hace falta sacar decimales.
- **Plantilla fija:** los temas salen siempre en el mismo orden.
  - Plan 2010: curva polar (problema 1), álgebra vectorial (a veces dos problemas), recta y plano (a veces dos), curva en el espacio, superficie por generatrices (cono o cilindro) e identificación de cuádricas. Cuando un tema trae dos problemas, los números de los siguientes se recorren: la curva en el espacio es el problema 4, 5 o 6.
  - Plan 2016: (1) a (4) cálculo, (5) vectores, (6) recta y plano. En los finales de 7 problemas, vectores y recta y plano son el 6 y el 7.

0.3 Qué tan seguido sale cada tema

Unidad	Tema	Plan 2010 (9 finales)	Plan 2016 (39 finales)
1A	Introducción	0	—
1B	Secciones cónicas	0 (se usan en 2, 5 y 6)	0; en los 12 primeros parciales, 14 problemas
2	Curvas en el plano polar	**9 de 9**	— (Cálculo Vectorial)
3	Álgebra vectorial	**9 de 9** (11 problemas)	**38 de 39**
4	Recta y plano	**9 de 9** (13 problemas)	**39 de 39**
5	Curvas en el espacio	**9 de 9**	1 de 39
6	Superficies	**9 de 9** (16 problemas)	— (Cálculo Vectorial)

Observaciones:

- **Plan 2010:** todas las unidades salen en los 9 finales y ninguna se puede saltar. La Unidad 6 vale dos problemas (un tercio del examen): una superficie por generatrices y la identificación de tres o cuatro cuádricas.
- **Plan 2016:** las Unidades 3 y 4 son los problemas 5 y 6 en 34 de los 39 finales, un tercio del examen. En los cuatro finales de siete problemas (1er final 2017-1 y 2017-2, tipo A; 1er final 2018-2, tipo A; 2º final 2017-2) son el 6 y el 7, y en el 2º final 2016-1 el problema 5 es una curva en el espacio (Unidad 5). Lo que más sale:

1B.1.8 Rotación de ejes SOLO PLAN 2016

SOLO PLAN 2016 El término Bxy indica que los ejes de la cónica están girados. Si se giran los ejes coordenados un ángulo θ, las coordenadas viejas (x, y) y las nuevas (x', y') de un mismo punto cumplen

$$x = x'\cos\theta - y'\operatorname{sen}\theta, \qquad y = x'\operatorname{sen}\theta + y'\cos\theta.$$

El término $x'y'$ desaparece si se elige

$$\cot 2\theta = \frac{A - C}{B}, \qquad 0^\circ < \theta < 90^\circ;$$

en particular, si $A = C$, $\theta = 45^\circ$. Los coeficientes nuevos son

$$A' = A\cos^2\theta + B\operatorname{sen}\theta\cos\theta + C\operatorname{sen}^2\theta,$$
$$C' = A\operatorname{sen}^2\theta - B\operatorname{sen}\theta\cos\theta + C\cos^2\theta,$$

con $A' + C' = A + C$ como comprobación, $D' = D\cos\theta + E\operatorname{sen}\theta$, $E' = -D\operatorname{sen}\theta + E\cos\theta$ y $F' = F$. Por ejemplo, $2xy = 1$ tiene $A = C = 0$, así que $\theta = 45^\circ$, $A' = 1$, $C' = -1$ y queda $x'^2 - y'^2 = 1$: una hipérbola equilátera con vértices sobre la recta $y = x$. Véase la figura del ejercicio 1B.5.6.

1B.1.9 Forma paramétrica y vectorial

Con las identidades $\cos^2 t + \operatorname{sen}^2 t = 1$ y $\sec^2 t - \tan^2 t = 1$, cada forma ordinaria se escribe con un parámetro:

Forma ordinaria	Paramétricas
$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	$x = h + r\cos t,\ y = k + r\operatorname{sen} t$
$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$x = h + a\cos t,\ y = k + b\operatorname{sen} t$
$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$x = h + a\sec t,\ y = k + b\tan t$
$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$	$x = h + b\tan t,\ y = k + a\sec t$
$(y-k)^2 = 4p(x-h)$	$x = h + \frac{t^2}{4p},\ y = k + t$

En la circunferencia y la elipse, $t \in [0, 2\pi)$ recorre la curva una vez; en la hipérbola, $t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ da la rama de la derecha (o la de arriba) y $t \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ la otra. La **forma vectorial** junta las dos paramétricas en un vector de posición: la elipse del ejercicio 1B.5.4 es

$$\vec{r}(t) = (3 + 3\cos t)\,\hat{\imath} + (2 + 2\operatorname{sen} t)\,\hat{\jmath}, \qquad t \in [0, 2\pi).$$

El camino inverso, eliminar el parámetro con esas identidades, es el tema de la Unidad 5, donde la cónica vive en un plano paralelo a uno coordenado.

2. Empieza por lo mecánico: los productos punto, cruz y mixto, las ecuaciones de planos y la identificación de cuádricas. Deja para después el bosquejo de la curva polar y la superficie por generatrices, que piden más planteamiento.
3. Escribe el planteamiento antes de operar: qué vector es normal, qué punto está en la recta, qué parámetro se elimina.
4. Cada inciso se califica por separado. Si un inciso no sale, usa un valor razonable en el siguiente y dilo.
5. Comprueba al final: sustituye los puntos dados en la ecuación del plano o de la recta, revisa que el producto punto de dos vectores perpendiculares dé 0, y que la ecuación cartesiana de una curva o superficie se cumpla con un punto de las paramétricas.

0.6 Repaso exprés

Cuatro herramientas que se usan en todo el cuaderno. El Plan 2010 ve los determinantes en Álgebra, el mismo semestre: aquí basta saber calcularlos.

Determinantes de 2×2 y de 3×3.

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc, \qquad \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = a_1\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2\begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}.$$

Se desarrolla por el primer renglón con signos $+\ -\ +$. Ejemplo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 1(-4-2) - 2(12-0) + 0 = -6 - 24 = -30.$$

Propiedades útiles: si dos renglones son iguales o proporcionales, el determinante vale 0; intercambiar dos renglones cambia el signo. El producto cruz (Unidad 3) es un determinante con $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$ en el primer renglón, y el producto mixto es el determinante de las componentes de los tres vectores.

Completar cuadrados. Para $ax^2 + bx$ con $a \neq 0$:

$$ax^2 + bx = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a}.$$

Ejemplo: $x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9$; $4y^2 + 8y = 4\left[(y+1)^2 - 1\right] = 4(y+1)^2 - 4$. Es el paso que lleva una cónica (Unidad 1B) o una cuádrica (Unidad 6) a su forma ordinaria: se completa el cuadrado en cada variable por separado y lo que sobra se pasa al otro lado.

Valores exactos.

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\operatorname{sen}\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—

Coeficientes (con $B = 0$)	Cónica
$A = C \neq 0$	circunferencia
A o C igual a 0 (no los dos)	parábola
A y C del mismo signo, $A \neq C$	elipse
A y C de signos contrarios	hipérbola

Para conocer sus elementos se pasa a la **forma ordinaria** completando cuadrados (procedimiento 1B.3.1). En todo lo que sigue, (h, k) es el centro (o el vértice, en la parábola).

1B.1.2 Circunferencia

Es el conjunto de puntos a distancia r del centro $C(h, k)$:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2.$$

Desarrollada, $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ con $h = -\frac{D}{2}$, $k = -\frac{E}{2}$ y $r^2 = h^2 + k^2 - F$. Véase la figura del ejercicio 1B.5.3.

1B.1.3 Parábola

Es el conjunto de puntos que equidistan de un punto fijo, el **foco** F, y de una recta fija, la **directriz**. El **vértice** $V(h, k)$ está a la mitad, a distancia $|p|$ de cada uno.

	Eje horizontal	Eje vertical
Ecuación	$(y - k)^2 = 4p(x - h)$	$(x - h)^2 = 4p(y - k)$
Abre	a la derecha si $p > 0$, a la izquierda si $p < 0$	hacia arriba si $p > 0$, hacia abajo si $p < 0$
Foco	$(h + p,\ k)$	$(h,\ k + p)$
Directriz	$x = h - p$	$y = k - p$
Eje	$y = k$	$x = h$

El **lado recto** es la cuerda que pasa por el foco perpendicular al eje; mide $|4p|$ y sus extremos están a $|2p|$ del foco. Ayuda a trazar la gráfica con su abertura correcta. Excentricidad: $e = 1$. Véanse las figuras del ejemplo 1B.4 y del ejercicio 1B.5.2.

1B.1.4 Elipse

Es el conjunto de puntos cuya suma de distancias a dos focos es constante, $2a$. Con centro $C(h, k)$, semieje mayor a y semieje menor b ($a \geq b > 0$):

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{(eje mayor horizontal)},$$

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1 \quad \text{(eje mayor vertical)}.$$

Unidad 1 · Parte A · Introducción a la Geometría Analítica (solo Plan 2010)

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura, Plan 2010). El alumno identificará los antecedentes históricos y principios de la geometría analítica: Geometría Euclidiana y geometrías no Euclidianas.

Instrucciones de emergencia

- **Plan:** solo Plan 2010. En el Plan 2016 la Unidad 1 es «Secciones cónicas»: salta a la Parte B.
- **Frecuencia:** no aparece en ninguno de los 9 finales del Plan 2010.
- **Tiempo:** 15 minutos de lectura. No tiene ejercicios, pero la sección 1A.2 (coordenadas en el espacio) se usa en todo el cuaderno.

1A.1 Breve reseña histórica

- **La geometría euclidiana.** Hacia el año 300 a. C., Euclides reunió en los *Elementos* la geometría de su tiempo: a partir de unas cuantas definiciones y cinco postulados dedujo, con demostraciones, todos los teoremas sobre rectas, triángulos y circunferencias. El quinto postulado (*por un punto exterior a una recta pasa una sola paralela*, en la forma de Playfair) parecía menos evidente que los otros cuatro, y durante dos mil años se intentó demostrarlo a partir de ellos.
- **Las cónicas.** Apolonio de Perga (siglo III a. C.) estudió la elipse, la parábola y la hipérbola como cortes de un cono por un plano y les dio sus nombres (Unidad 1B).
- **La geometría analítica.** En el siglo XVII, Descartes y Fermat, cada uno por su lado, asociaron a cada punto del plano un par de números y a cada curva una ecuación. Con eso, un problema de geometría se resuelve con álgebra, y una ecuación se *ve* como curva. Es la idea de todo este cuaderno: la recta es una ecuación de primer grado; las cónicas, ecuaciones de segundo grado.
- **Los vectores.** En el siglo XIX, Hamilton, Grassmann y, al final, Gibbs y Heaviside dieron el álgebra de vectores con los productos escalar y vectorial (Unidad 3), que hoy se usa en toda la física y la ingeniería.
- **Las geometrías no euclidianas.** Hacia 1830, Lobachevski y Bolyai mostraron que, si se cambia el quinto postulado por «por un punto exterior pasan infinitas paralelas», se obtiene una geometría tan coherente como la de Euclides: la *hiperbólica*, donde los ángulos de un triángulo suman menos de 180°. Riemann construyó después la *elíptica* (no hay paralelas; los ángulos suman más de 180°), cuyo modelo es la superficie de una esfera con los círculos máximos como «rectas». Gauss había llegado a las mismas ideas sin publicarlas. Estas geometrías son la base de la relatividad general.

1A.2 Coordenadas en el plano y en el espacio

En el plano. Dos rectas numéricas perpendiculares (los ejes x y y) que se cortan en el origen O. Cada punto P tiene un par ordenado (x, y) y los ejes dividen el plano en cuatro

Índice

Presentación y cómo usar este cuaderno 3

Unidad 0 · Antes de empezar: qué viene en el examen 6

Unidad 1 · Parte A · Introducción a la Geometría Analítica (solo Plan 2010) 11

Unidad 1 · Parte B · Secciones cónicas 13

Unidad 2 · Curvas en el plano polar (solo Plan 2010) 27

Unidad 3 · Álgebra vectorial 43

Unidad 4 · La recta y el plano en el espacio 65

Unidad 5 · Curvas en el espacio 87

Unidad 6 · Superficies (solo Plan 2010) 100

Apéndice A · Formulario 121

Apéndice B · Exámenes 124

Apéndice C · Fe de erratas 131

Apéndice D · Fuentes 132

Apéndice E · Resoluciones de los ejercicios propuestos 134

1. **Completar el cuadrado con m como letra:**

$$\left(x^2+mx+\tfrac{m^2}{4}\right)-y^2=\tfrac{m^2}{4} \quad\Rightarrow\quad \frac{\left(x+\frac{m}{2}\right)^2}{\frac{m^2}{4}}-\frac{y^2}{\frac{m^2}{4}}=1 \quad (m\neq 0).$$

2. **Semieje transverso:** el término positivo es el de x, así que $a^2=\frac{m^2}{4}$ y $a=\frac{|m|}{2}$.
3. **Condición:** $\frac{|m|}{2}=3$, de donde $m=6$ o $m=-6$.
4. **Comprobación con $m=6$:** $x^2+6x-y^2=0$ da $(x+3)^2-y^2=9$, es decir, $\frac{(x+3)^2}{9}-\frac{y^2}{9}=1$: hipérbola equilátera con centro $(-3,0)$ y $a=3$. (Con $m=0$ la ecuación sería $x^2-y^2=0$, dos rectas: caso degenerado.)

Resultado: $m=6$ (también sirve $m=-6$).

Ejercicio 1B.5.6 · Semieje menor de una elipse girada SOLO PLAN 2016

Adaptado de: Cálculo y Geometría Analítica, 1er parcial 2024-2, tipo A, problema 2.

SOLO PLAN 2016 Determine la longitud del semieje menor de la elipse $3x^2+2xy+3y^2=32$.

Resolución.

1. **Indicador:** $A=3$, $B=2$, $C=3$; $I=4-36=-32<0$: elipse.
2. **Ángulo de rotación:** $\cot 2\theta=\frac{3-3}{2}=0$, así que $2\theta=90^\circ$ y $\theta=45^\circ$, con $\operatorname{sen}\theta=\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$.
3. **Coeficientes nuevos:**

$$A'=3\cdot\tfrac{1}{2}+2\cdot\tfrac{1}{2}+3\cdot\tfrac{1}{2}=4, \qquad C'=3\cdot\tfrac{1}{2}-2\cdot\tfrac{1}{2}+3\cdot\tfrac{1}{2}=2.$$

   Comprobación: $A'+C'=6=A+C$. Como $D=E=0$, también $D'=E'=0$ y $F'=-32$.
4. **Forma ordinaria en el sistema girado:**

$$4x'^2+2y'^2=32 \quad\Rightarrow\quad \frac{x'^2}{8}+\frac{y'^2}{16}=1.$$

5. **Semiejes:** $a^2=16$ (sobre el eje y') y $b^2=8$ (sobre el eje x'): $a=4$ y $b=2\sqrt{2}$. Comprobación: el punto $(2,2)$, sobre la recta $y=x$ (el eje x'), cumple $12+8+12=32$ y está a $2\sqrt{2}$ del origen.

programa, con los mismos temas). Ninguno tiene resolución publicada.
- Plan 2016: los problemas de geometría de los **39 exámenes finales** de Cálculo y Geometría Analítica, de 2016-1 a 2026-2, y los de cónicas de sus **12 primeros exámenes parciales**, de 2024-1 a 2026-2. Ninguno tiene resolución publicada.
- **Todas las resoluciones de este cuaderno son propias** y cada resultado se verificó con álgebra computacional.
- Cada ejercicio indica el examen del que se adaptó; los del Plan 2016 dicen también la asignatura. Los enunciados están redactados de nuevo, con los mismos datos, y las figuras están redibujadas.

Sin calculadora. Ningún examen reciente permite dispositivos electrónicos, y desde 2026 tampoco formulario: las resoluciones usan valores exactos (fracciones, radicales, ángulos notables). Un ángulo que no es notable se deja indicado, como $\arccos\frac{2}{3}$.

Cómo usar este cuaderno

Cada unidad tiene la misma estructura:

1. Un recuadro de **Instrucciones de emergencia**: cuánto sale en el examen de cada plan, cuánto tiempo dedicarle y la ruta corta.
2. **Conceptos y expresiones**, en tono de libro.
3. **Cómo reconocer el problema**: una tabla que lleva del enunciado al procedimiento.
4. **Procedimientos**, paso a paso.
5. **Ejemplo resuelto**.
6. **Ejercicios de examen resueltos**.
7. **Ejercicios propuestos**, con el resultado. Las resoluciones completas están en el Apéndice E.
8. **Errores frecuentes**, **formulario de la unidad** y **procedimiento recomendado en el examen**.

Marcas de plan. Una unidad de un solo plan lo dice en su título. Dentro de una unidad compartida, lo que es de un solo plan lleva el rótulo SOLO PLAN 2016 o SOLO PLAN 2010: por ejemplo, la rotación de ejes de las cónicas (solo Plan 2016) o el intervalo paramétrico de las curvas en el espacio (solo Plan 2010).

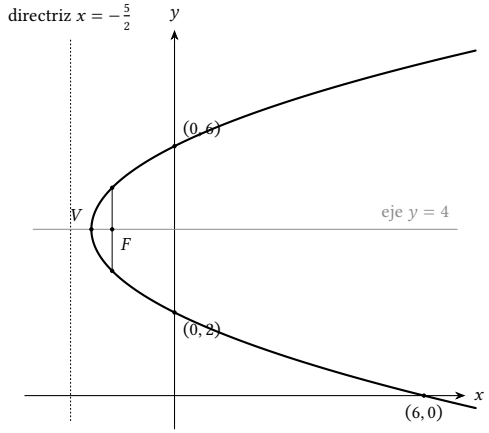
Formato de cada resolución. Planteamiento → pasos numerados → **resultado** en negritas. En los problemas de «posición relativa de dos rectas» y de «identificación de superficies», cada condición se revisa por separado, con «se cumple» o «no se cumple».

Rutas de estudio. La Unidad 0 dice qué estudiar según tu plan y propone, para cada plan, una ruta de 5 semanas y otra de 2 semanas.

Regla de emergencia. Nunca dos días seguidos sin estudiar. Un día mínimo (30 minutos y un ejercicio) cuenta como día cumplido.

Licencia

© 2026 luigisrs.me. Publicado por Fritanga Collective. Esta obra está bajo una licencia **Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)**: `https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es`



Resultado: $(y-4)^2=2(x+2)$: parábola con $V(-2,4)$, $F\left(-\frac{3}{2},4\right)$ y directriz $x=-\frac{5}{2}$, que abre a la derecha.

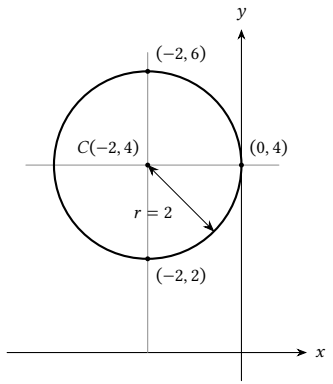
Ejercicio 1B.5.3 · Centro y radio de una circunferencia

Adaptado de: Cálculo y Geometría Analítica, 1er parcial 2024-2, tipo C, problema 2.

Determine las coordenadas del centro y el radio de la circunferencia $(2x+4)^2+(2y-8)^2=16$.

Resolución.

1. **Factorizar el 2 de cada paréntesis:** $2x+4=2(x+2)$ y $2y-8=2(y-4)$, así que
$$4(x+2)^2+4(y-4)^2=16.$$
2. **Forma ordinaria:** dividiendo entre 4, $(x+2)^2+(y-4)^2=4$.
3. **Elementos:** $C(-2,4)$ y $r=2$. Como $|h|=r$, la circunferencia es tangente al eje y en $(0,4)$. (Ecuación general: $x^2+y^2+4x-8y+16=0$.)



Unidad 0 · Antes de empezar: qué viene en el examen

↑ Volver al índice

Instrucciones de emergencia

- **Tiempo:** 30 minutos, más el repaso exprés de la sección 0.6 si hace falta. Léela completa antes de cualquier otra unidad.
- **Para qué:** saber qué plan es el tuyo, qué unidades estudiar y en qué orden.
- Si eres de la Generación 2027 o posterior, tu plan es el 2026: usa *Curso de Emergencia, Álgebra y Geometría Analítica.*

0.1 ¿Qué plan es el tuyo?

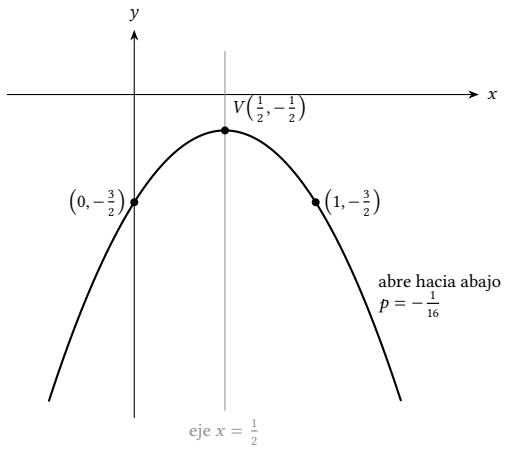
La geometría analítica se enseña con dos planes de estudio, y en cada uno con otra organización:

- **Plan 2010:** es una materia propia, *Geometría Analítica*, de primer semestre. Su examen trae curvas polares, vectores, recta y plano, curvas en el espacio y superficies.
- **Plan 2016:** la materia de primer semestre es *Cálculo y Geometría Analítica.* Sus temas 2 a 5 son de cálculo (cuaderno de Cálculo Diferencial); los temas 1, 6 y 7 son los de este cuaderno: secciones cónicas, álgebra vectorial, y recta y plano. Las curvas polares y las superficies son temas de *Cálculo Vectorial.*
- **Cómo saberlo:** lo dice tu historia académica, que indica el plan de estudios de tu carrera y el nombre de la materia que debes. Si ingresaste antes de 2016, casi seguro es el Plan 2010. Confírmalo antes de inscribir el examen: el temario cambia.

	Plan 2010: Geometría Analítica	Plan 2016: Cálculo y Geometría Analítica
Estudia	Unidades 2 a 6; la 1B como repaso de las formas ordinarias	Unidades 3 y 4; la 1B si presentas parciales; la 5, breve
No estudies	— (la 1A solo se lee)	Unidades 1A, 2 y 6 (solo Plan 2010)
El examen trae	polar, vectores, recta y plano, curva en el espacio, superficie por generatrices e identificación de cuádricas (6 a 8 problemas, 2 h)	problemas 1 a 4 de cálculo (otro cuaderno), **5 vectores** y **6 recta y plano** (2 h)
Este cuaderno cubre	todo el examen	**2 de los 6 problemas**

Si tu plan es el 2016: lo que falta. Los problemas 1 a 4 del final (funciones, límites y continuidad, derivadas, variación) están en *Curso de Emergencia, Cálculo Diferencial.* Entre los dos cuadernos cubren el examen completo. Las secciones cónicas (Unidad 1, Parte B) salen en el primer examen parcial, no en el final.

5. **Puntos para la gráfica:** con $x=0$, $2y+3=0$ y $y=-\frac{3}{2}$; por simetría respecto al eje, también pasa por $\left(1,-\frac{3}{2}\right)$. Con $y=0$, $8x^2-8x+3=0$ tiene discriminante $-32<0$: no corta al eje x.



Resultado: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{1}{4}\left(y+\frac{1}{2}\right)$, parábola con vértice $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$ que abre hacia abajo.

1B.5 Ejercicios de examen (resueltos)

Ejercicio 1B.5.1 · Hipérbola de eje vertical

Adaptado de: Cálculo y Geometría Analítica, 1er parcial 2025-2, tipo A, problema 1.

Trace la gráfica de la curva $-x^2+y^2-6x-4y-6=0$, indicando sus elementos geométricos característicos.

Resolución.

1. **Identificación:** $A=-1$ y $C=1$ tienen signos contrarios: hipérbola.
2. **Completar cuadrados:**

$$\begin{gathered}\left(y^2-4y\right)-\left(x^2+6x\right)=6\\ \left(y^2-4y+4\right)-\left(x^2+6x+9\right)=6+4-9\\ (y-2)^2-(x+3)^2=1.\end{gathered}$$

3. **Elementos:** el término positivo es el de y: eje transverso vertical. $C(-3,2)$, $a=1$, $b=1$ (equilátera), $c=\sqrt{2}$. Vértices $V_1(-3,3)$, $V_2(-3,1)$; focos $F\left(-3,\ 2\pm\sqrt{2}\right)$; asíntotas $y-2=\pm(x+3)$, es decir, $y=x+5$ y $y=-x-1$; lado recto $\frac{2b^2}{a}=2$; $e=\sqrt{2}$.
4. **Intersecciones:** con $x=0$, $(y-2)^2=10$, $y=2\pm\sqrt{10}$; con $y=0$, $(x+3)^2=3$, $x=-3\pm\sqrt{3}$.

- vectores: área de un paralelogramo o un triángulo, componente escalar o vectorial, coordenadas de un punto en una figura y volumen con el producto mixto;
- recta y plano: plano que contiene dos rectas o una recta y un punto, distancias de un punto a un plano o a una recta, rectas y planos perpendiculares, ángulos e intersecciones.

- **Nunca se evalúan:** la historia y las geometrías no euclidianas (Unidad 1A), las superficies regladas o de revolución por nombre y las ecuaciones paramétricas de las cuádricas fuera de los conos y cilindros.

0.4 Orden de estudio

El cuaderno sigue el orden del programa, pero conviene estudiar por peso y por dependencia: la Unidad 3 (vectores) se usa en todas las demás; la recta y el plano, las curvas en el espacio y las superficies por generatrices son vectores aplicados. En el Plan 2010, la Unidad 6 va antes que la 5 porque vale el doble.

Semana	Plan 2010	Plan 2016
1	Unidad 0 y Unidad 3	Unidad 0 y Unidad 3
2	Unidad 4	Unidad 4
3	Unidad 1B (formas ordinarias) y Unidad 6	Unidad 1B (si presentas parciales) y Unidad 5, breve
4	Unidades 5 y 2	Cuaderno de Cálculo Diferencial
5	Simulacros del Plan 2010 (Apéndice B)	Simulacro completo: problemas 1 a 4 del otro cuaderno y 5 y 6 de este (Apéndice B)

Ruta de 2 semanas.

- **Plan 2010.** Primera semana: Unidades 3 y 4 y la identificación de cuádricas (Unidad 6). Segunda semana: superficies por generatrices (Unidad 6), Unidades 5 y 2 y un simulacro.
- **Plan 2016.** Las Unidades 3 y 4 van en la primera mitad de la ruta corta del cuaderno de Cálculo Diferencial. Para un final o un extraordinario, salta las Unidades 1B y 5.

En cada unidad, la ruta corta del recuadro de instrucciones dice qué leer primero. Si el tiempo no alcanza, se recorta dentro de cada unidad, nunca una unidad de tu plan completa:

1. la Unidad 1A y las superficies de revolución y regladas (Unidad 6);
2. las cónicas con rotación de ejes (Unidad 1B), salvo que presentes el primer parcial del Plan 2016;
3. las cónicas en coordenadas polares (Unidad 2), que salieron una sola vez.

0.5 En el examen (120 minutos)

1. Lee todo el examen (5 minutos) y reparte el tiempo: unos 18 minutos por problema; en el Plan 2010, un poco más para los dos de superficies.

1B.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se pide…	Procedimiento
una ecuación general sin término xy y «forma ordinaria», «identifica», «traza la gráfica»	completar cuadrados, nombrar la cónica y graficar	1B.3.1, 1B.3.2
«indicando sus elementos»	centro, vértices, focos, asíntotas, directriz	1B.3.2
«centro en…», «pasa por…», «radio…»	construir la ecuación	1B.3.3
un coeficiente literal (m, k) y una longitud dada	ecuación para el parámetro	1B.3.4
SOLO PLAN 2016 término xy, «semieje» de una cónica girada	indicador y rotación	1B.3.5
«forma paramétrica», «forma vectorial»	paramétricas de la cónica	1B.3.6

1B.3 Procedimientos

1B.3.1 De la ecuación general a la forma ordinaria

1. Agrupa los términos en x y los términos en y; pasa la constante al segundo miembro.
2. Factoriza el coeficiente del cuadrado de cada grupo: $8x^2 - 8x = 8\left(x^2 - x\right)$, $-x^2 - 6x = -\left(x^2 + 6x\right)$.
3. Completa el cuadrado dentro de cada paréntesis sumando $\left(\frac{\text{coeficiente de } x}{2}\right)^2$, y suma al segundo miembro lo mismo *multiplicado por el factor de fuera.*
4. Divide entre el segundo miembro para que quede 1 (elipse, hipérbola) o despeja el término lineal (parábola: $(x-h)^2 = 4p(y-k)$).
5. Comprueba desarrollando la forma ordinaria: debe dar la ecuación general (o un múltiplo de ella).

1B.3.2 Elementos y gráfica

1. Nombra la cónica y la dirección de su eje (focal, mayor o transverso).
2. Lee (h, k) con su signo: $(x+3)^2$ da $h = -3$.
3. Calcula a, b, c (o p) y escribe los elementos: vértices, focos, asíntotas o directriz, lado recto.
4. Para graficar: marca el centro o vértice, los vértices y extremos del lado recto o eje menor; en la hipérbola dibuja primero el rectángulo de lados $2a$ y $2b$ y sus diagonales (las asíntotas).
5. Si es rápido, agrega las intersecciones con los ejes (haz $x = 0$ o $y = 0$ en la ecuación general).

1B.3.3 Cónica dada por condiciones

1. Elige la forma ordinaria que corresponde a los datos (circunferencia; elipse con eje mayor horizontal o vertical, etc.).
2. Sustituye el centro o vértice dado.

Para otro cuadrante se usa el ángulo de referencia y el signo del cuadrante: $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$, $\operatorname{sen} 210^\circ = -\frac{1}{2}$, $\cos 315^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$. En las curvas polares (Unidad 2) los ángulos van en grados.

Identidades para eliminar un parámetro.

$$\operatorname{sen}^2 t + \cos^2 t = 1, \qquad \sec^2 t - \tan^2 t = 1, \qquad \csc^2 t - \cot^2 t = 1,$$

$$\cos 2t = \cos^2 t - \operatorname{sen}^2 t = 1 - 2\operatorname{sen}^2 t = 2\cos^2 t - 1, \qquad \operatorname{sen} 2t = 2\operatorname{sen} t \cos t.$$

Si $x = h + a\cos t$ y $y = k + b\operatorname{sen} t$, entonces $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ (una elipse); con sec y tan sale una hipérbola (Unidades 1B y 5).

0.7 Formulario de emergencia

El formulario de todas las unidades está en el **Apéndice A**. El examen no permite formulario: conviene escribirlo a mano, desde cero, unos minutos cada día, hasta saberlo de memoria.

El denominador mayor es a^2 e indica la dirección del eje mayor. Los elementos son:

- $c^2 = a^2 - b^2$ (distancia del centro a cada foco);
- vértices a distancia a del centro sobre el eje mayor; extremos del eje menor (covértices) a distancia b;
- focos a distancia c sobre el eje mayor;
- lado recto $\frac{2b^2}{a}$; excentricidad $e = \frac{c}{a} < 1$.

Si $a = b$, es una circunferencia. Véase la figura del ejercicio 1B.5.4.

1B.1.5 Hipérbola

Es el conjunto de puntos cuya diferencia de distancias (en valor absoluto) a dos focos es constante, $2a$. El término positivo indica la dirección del **eje transverso**, el que contiene a los vértices:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{(transverso horizontal)},$$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \quad \text{(transverso vertical)}.$$

Aquí a es el **semieje transverso** y b el **semieje conjugado**; a puede ser menor que b. Los elementos son:

- $c^2 = a^2 + b^2$;
- vértices a distancia a del centro y focos a distancia c, sobre el eje transverso;
- asíntotas $y - k = \pm\frac{b}{a}(x-h)$ (transverso horizontal) o $y - k = \pm\frac{a}{b}(x-h)$ (transverso vertical); se obtienen igualando a cero el primer miembro de la forma ordinaria;
- lado recto $\frac{2b^2}{a}$; excentricidad $e = \frac{c}{a} > 1$.

Si $a = b$, la hipérbola es **equilátera** y sus asíntotas son perpendiculares (pendientes ± 1). La **hipérbola conjugada** de $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ es $\frac{(y-k)^2}{b^2} - \frac{(x-h)^2}{a^2} = 1$: tiene las mismas asíntotas. Véase la figura del ejercicio 1B.5.1.

1B.1.6 Casos degenerados

Si al completar cuadrados el segundo miembro resulta 0 o de signo contrario al esperado, la ecuación no es una cónica propia: $(x-h)^2 + (y-k)^2 = 0$ o $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 0$ es un punto y con -1 no tiene puntos reales; $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 0$ son dos rectas que se cortan; $(x-h)^2 = c$ son dos rectas paralelas ($c > 0$), una recta ($c = 0$) o nada ($c < 0$).

1B.1.7 Indicador SOLO PLAN 2016

SOLO PLAN 2016 Cuando $B \neq 0$, el tipo de cónica se lee del **indicador** (o discriminante)

$$I = B^2 - 4AC: \qquad I < 0 \text{ elipse}, \qquad I = 0 \text{ parábola}, \qquad I > 0 \text{ hipérbola},$$

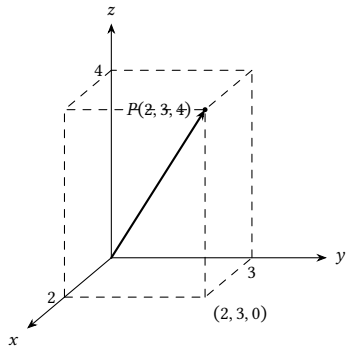
salvo casos degenerados. Con $B = 0$ se reduce a la tabla de la sección 1B.1.1: $I = -4AC$. El indicador no cambia al girar los ejes.

cuadrantes. La distancia entre $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ es

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

En el espacio. Se agrega un tercer eje, z, perpendicular a los otros dos. El sistema es **derecho**: si los dedos de la mano derecha van del eje x hacia el eje y, el pulgar apunta hacia el eje z positivo. Cada punto tiene una terna (x, y, z). Los tres **planos coordenados** (XY: $z = 0$; XZ: $y = 0$; YZ: $x = 0$) dividen el espacio en ocho **octantes**; el primero es el de $x, y, z > 0$. La distancia es

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$



En las figuras de este cuaderno el eje x sale hacia el lector (abajo a la izquierda), el y va a la derecha y el z hacia arriba. Para ubicar $P(2, 3, 4)$: se avanza 2 en x, 3 en y y se sube 4.

Simetría de puntos. El simétrico de $P(x, y, z)$:

Respecto a…	Simétrico
el origen	$(-x, -y, -z)$
el eje x	$(x, -y, -z)$
el eje y	$(-x, y, -z)$
el eje z	$(-x, -y, z)$
el plano XY	$(x, y, -z)$
el plano XZ	$(x, -y, z)$
el plano YZ	$(-x, y, z)$

Regla: respecto a un eje, se conserva la coordenada de ese eje y las otras dos cambian de signo; respecto a un plano, solo cambia la coordenada que no aparece en su nombre. El simétrico de P respecto a un punto M es $P' = 2M - P$ (M es el punto medio de PP'); respecto a una recta o a un plano cualquiera se obtiene en la Unidad 4.

Unidad 1 · Parte B · Secciones cónicas

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura, Plan 2016: Cálculo y Geometría Analítica, tema 1). El alumno reafirmará los conocimientos de las secciones cónicas.

Plan 2010 (Geometría Analítica). No tiene este tema; las formas ordinarias se usan sin enseñarse en las Unidades 2, 5 y 6.

Instrucciones de emergencia

- **Plan:** en el Plan 2010 esta parte es **repaso**: no hay problemas de cónicas en sus finales, pero la cónica en polares (Unidad 2), las curvas en el espacio (Unidad 5) y las trazas de las cuádricas (Unidad 6) piden reconocer una forma ordinaria. En el Plan 2016 se evalúa **solo en el primer parcial**.
- **Frecuencia:** en el Plan 2016 aparece en los 12 primeros parciales revisados (2024-1 a 2026-2), con 14 problemas: forma ordinaria y gráfica a partir de la ecuación general en 9 (7 hipérbolas y 2 parábolas; dos pares de exámenes traen la misma ecuación), circunferencia en 2, elipse dada por su centro y dos puntos en 1, hipérbola con un parámetro en 1 y rotación de ejes en 1. No aparece en ninguno de los 39 finales: los 4 problemas de optimización con una figura inscrita en una cónica son de Cálculo Diferencial y están en ese cuaderno.
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas en el Plan 2016; una hora de lectura en el Plan 2010.
- **Ruta corta:**
  1. Lee las secciones 1B.1.1 a 1B.1.5 (30 min): las cuatro formas ordinarias y sus elementos.
  2. Aprende los procedimientos 1B.3.1 y 1B.3.2: completar cuadrados y graficar con elementos.
  3. Sigue el ejemplo 1B.4 tapando la resolución.
  4. Resuelve los ejercicios 1B.5.1, 1B.5.2 y 1B.5.4 con cronómetro (12 min cada uno, con gráfica).
  5. Plan 2016: agrega las secciones 1B.1.7 y 1B.1.8, el ejercicio 1B.5.6 y el propuesto 1B.6.5. Plan 2010: agrega la sección 1B.1.9 (forma paramétrica), que se usa en la Unidad 5.

1B.1 Conceptos y expresiones

1B.1.1 Ecuación general y clasificación

Una *sección cónica* es la curva que resulta de cortar un cono circular doble con un plano que no pasa por su vértice: según la inclinación del plano se obtiene una circunferencia, una elipse, una parábola o una hipérbola. Toda cónica tiene una ecuación de segundo grado, la **ecuación general**

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0.$$

Si $B = 0$, los ejes de la cónica son paralelos a los ejes coordenados y el tipo se lee de A y C: