- Intervalo de una fuerza P para el reposo: un cálculo con movimiento inminente hacia arriba ($P_{\text{máx}}$) y otro hacia abajo ($P_{\text{mín}}$), cambiando el sentido de f.
- Volcamiento: a punto de volcar, la normal se concentra en la arista de giro y se cumple $\sum M_{\text{arista}} = 0$. Se compara la fuerza que hace deslizar con la que hace volcar; ocurre primero lo que requiere la fuerza menor.

Resultado. $\mu_s = 0.353$.

Ejercicio 6.6.2 · componentes de la fuerza en una rampa ← volver

Planteamiento. $\tan\theta = \frac{2}{2\sqrt{3}}$, así que $\theta = 30^\circ$. A punto de bajar: $f = \mu_s N$ hacia arriba de la rampa.

Resolución.

1. $N = 100\cos 30^\circ = 86.60\,[\mathrm{N}]$; $f = 0.5(86.60) = 43.30\,[\mathrm{N}]$.
2. A lo largo de la rampa: $F + f - 100\sin 30^\circ = 0$, así que $F = 50 - 43.30 = 6.70\,[\mathrm{N}]$.
3. $F_h = F\cos 30^\circ = 5.80\,[\mathrm{N}]$; $F_v = F\sin 30^\circ = 3.35\,[\mathrm{N}]$.

Resultado. $F_h = 5.80\,[\mathrm{N}]$ y $F_v = 3.35\,[\mathrm{N}]$.

Ejercicio 6.6.3 · masa con polea móvil ← volver

Planteamiento. Polea móvil: $2T = W_B$. Bloque A a punto de subir: $f = \mu_s N$ hacia abajo del plano.

Resolución.

1. $N = 98.1\cos 30^\circ = 84.96\,[\mathrm{N}]$; $f = \frac{84.96}{\sqrt{3}} = 49.05\,[\mathrm{N}]$.
2. $T = 98.1\sin 30^\circ + 49.05 = 49.05 + 49.05 = 98.1\,[\mathrm{N}]$.
3. $W_B = 2T = 196.2\,[\mathrm{N}]$ y $m_B = \frac{196.2}{9.81}$.

Resultado. $m_B = 20\,[\mathrm{kg}]$.

Ejercicio 6.6.4 · fuerza para subir un cuerpo que cuelga ← volver

Planteamiento. Si B sube, A sube por el plano: $f = \mu_s N$ hacia abajo del plano. La cuerda de B tira de A hacia abajo del plano con W_B.

Resolución.

1. $N = 300\cos 45^\circ = 212.13\,[\mathrm{N}]$; $f = 0.3(212.13) = 63.64\,[\mathrm{N}]$.
2. A lo largo del plano: $P - 300\sin 45^\circ - 800 - 63.64 = 0$.
3. $P = 212.13 + 800 + 63.64$.

Resultado. $P = 1075.8\,[\mathrm{N}]$.

Ejercicio 6.6.5 · peso que hace subir el bloque ← volver

Planteamiento. A punto de subir: $f = \mu_s N = 46\,[\mathrm{N}]$ hacia abajo del plano.

Resolución.

1. $46 = 0.3(200\cos\alpha)$, así que $\cos\alpha = 0.7667$ y $\alpha = 39.94^\circ$.
2. A lo largo del plano: $W_B - 200\sin\alpha - 46 = 0$, así que $W_B = 128.4 + 46 = 174.4\,[\mathrm{N}]$.

Resultado. $\alpha = 39.9^\circ$ y $W_B = 174.4\,[\mathrm{N}]$.

Ejercicio 6.6.6 · caja cuadrada con una fuerza inclinada ← volver

Planteamiento. Volcamiento alrededor de la arista inferior derecha E, que está justo debajo del punto de aplicación de T: la componente vertical de T no produce momento respecto a E.

Resolución.

Simulacro 1 · 1er final 2014-1 (matutino): 5 problemas en 2 horas.

1. Tensiones en dos cuerdas amarradas en un punto: propuesto 2.6.2.
2. Momento de una fuerza respecto a un punto y a un eje: ejercicio 3.5.1.
3. Centroide de una placa con recortes: ejercicio 4.5.1.
4. Barra con rótula sostenida por dos cables: ejercicio 5.5.7.
5. Coeficiente de fricción con una fuerza inclinada: ejercicio 6.5.1.

Simulacro 2 · 1er final 2018-1 (matutino): 4 problemas en 2 horas.

1. Ángulos de tres cuerdas que jalan un mismo nudo: ejercicio 2.5.5.
2. Momento de una fuerza sobre una manija: propuesto 3.6.1.
3. Centroide de una figura compuesta: ejemplo de la sección 4.4.
4. Pescante con rótula y dos cables: propuesto 5.6.7.

Simulacro 3 · Segundo final 2018-2: 4 problemas en 2 horas.

1. Resultante de dos fuerzas en el espacio: propuesto 2.6.3.
2. Equilibrio de dos cuerdas con pesos colgados: propuesto 2.6.4.
3. Reacción en un empotramiento: propuesto 5.6.1.
4. ¿Hay equilibrio en un plano inclinado con fricción?: ejercicio 6.5.5.

B.3 Dónde está cada problema de examen usado en este cuaderno

Por examen, número de problema y lugar del cuaderno donde está resuelto o propuesto.

- **1er final 2006-2:** 1 ⟶ ejercicio 1.5.3.
- **1er final 2011-1 (versión A):** 1 ⟶ propuesto 1.6.2.
- **1er final 2011-1 (versión B):** 4 ⟶ propuesto 4.6.6.
- **1er final 2011-2 (versión A):** 2 ⟶ ejercicio 3.5.7.
- **2º final 2011-2:** 3 ⟶ ejercicio 4.5.6; 4 ⟶ propuesto 5.6.5.
- **1er final 2012-1 (matutino):** 1 ⟶ propuesto 2.6.1.
- **2º final 2012-1:** 1 ⟶ ejercicio 1.5.1.
- **1er final 2012-2 (matutino):** 1 ⟶ ejemplo 1.4; 4 ⟶ ejercicio 5.5.8; 5 ⟶ ejercicio 6.5.6.
- **1er final 2012-2 (vespertino):** 1 ⟶ ejercicio 1.5.2; 2 ⟶ propuesto 3.6.6; 4 ⟶ propuesto 5.6.6; 5 ⟶ propuesto 6.6.6.
- **2º final 2012-2:** 3 ⟶ ejercicio 4.5.3; 4 ⟶ ejercicio 5.5.3; 5 ⟶ ejercicio 6.5.4.
- **1er final 2013-1 (matutino):** 1 ⟶ ejercicio 3.5.2; 2 ⟶ ejercicio 3.5.5; 3 ⟶ ejercicio 4.5.2; 5 ⟶ propuesto 6.6.2.
- **1er final 2013-1 (vespertino):** 1 ⟶ propuesto 1.6.3; 2 ⟶ ejercicio 3.5.3; 3 ⟶ propuesto 4.6.2.
- **2º final 2013-1:** 2 ⟶ propuesto 3.6.4; 3 ⟶ ejercicio 3.5.6; 4 ⟶ propuesto 6.6.3.
- **1er final 2013-2 (matutino):** 3 ⟶ ejercicio 4.5.5; 4 ⟶ ejercicio 5.5.2.
- **1er final 2013-2 (vespertino):** 3 ⟶ propuesto 4.6.4.
- **2º final 2013-2:** 2 ⟶ propuesto 3.6.5; 3 ⟶ propuesto 4.6.3; 4 ⟶ propuesto 5.6.4.
- **1er final 2014-1 (matutino):** 1 ⟶ propuesto 2.6.2; 2 ⟶ ejercicio 3.5.1; 3 ⟶ ejercicio 4.5.1; 4 ⟶ ejercicio 5.5.7; 5 ⟶ ejercicio 6.5.1.

Resolución. $\sum F_x$: $A_x = 0$. $\sum F_y$: $A_y = 6{+}9{+}8 = 23\,[\mathrm{t}]$. $\sum M_A$: $M_A - 6(2.5) - 9(3) - 8(4.5) = 0 \Rightarrow M_A = 15 + 27 + 36 = 78\,[\mathrm{t\cdot m}]$.

Resultado. $R_A = 23\,[\mathrm{t}]$ hacia arriba y $M_A = 78\,[\mathrm{t\cdot m}]$ antihorario.

Ejercicio 5.6.2 · marco empotrado

← volver

Datos. Origen en A: esquina superior en $(1.5, 2.598)$, extremo libre en $(4.5, 2.598)\,[\mathrm{m}]$. Fuerza: $500(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}) = (400, 300)\,[\mathrm{N}]$.

Planteamiento. Carga trapecial: rectángulo $500(3) = 1500\,[\mathrm{N}]$ en $x = 3.0$ y triángulo $\frac{1}{2}(500)(3) = 750\,[\mathrm{N}]$ en $x = 1.5 + 2 = 3.5\,[\mathrm{m}]$.

Resolución. $\sum F_x$: $A_x + 400 = 0 \Rightarrow A_x = -400\,[\mathrm{N}]$. $\sum F_y$: $A_y - 1500 - 750 + 300 = 0 \Rightarrow A_y = 1950\,[\mathrm{N}]$.

$$\sum M_A = M_A - 3(1500) - 3.5(750) + \big[4.5(300) - 2.598(400)\big] + 400 = M_A - 6414.2 = 0.$$

Resultado. $A_x = 400\,[\mathrm{N}]$ hacia la izquierda, $A_y = 1950\,[\mathrm{N}]$, $R_A = \sqrt{400^2 + 1950^2} = 1990.6\,[\mathrm{N}]$ y $M_A = 6414\,[\mathrm{N\cdot m}]$ antihorario.

Ejercicio 5.6.3 · botella sobre dos clavijas lisas

← volver

Planteamiento. Las clavijas lisas empujan perpendicularmente al cuello: A hacia abajo, B hacia arriba. $W = 1.2(9.81) = 11.77\,[\mathrm{N}]$ en G.

Resolución. $\sum M_B$: $5\,R_A - 8\,W = 0 \Rightarrow R_A = \frac{8(11.77)}{5} = 18.8\,[\mathrm{N}]$. $\sum M_A$: $5\,R_B - 13\,W = 0 \Rightarrow R_B = \frac{13(11.77)}{5} = 30.6\,[\mathrm{N}]$. Comprobación: $R_B - R_A - W = 30.6 - 18.8 - 11.8 = 0$.

Resultado. $R_A = 18.8\,[\mathrm{N}]$ (1.92 [kgf]) hacia abajo y $R_B = 30.6\,[\mathrm{N}]$ (3.12 [kgf]) hacia arriba.

Ejercicio 5.6.4 · barra articulada, cuerda y bloque colgante

← volver

Datos. Origen en C: $B(0.6L, 0.8L)$, centro de la barra $(0.3L, 0.4L)$. La cuerda jala a B en la dirección $(-\cos 30^\circ, \sin 30^\circ)$.

Planteamiento. Bloque: $T = W_D$ (polea lisa). Barra: T, 100 [N], C_x, C_y.

Resolución.

$$\sum M_C = 0.6L\,\tfrac{T}{2} - 0.8L\big(-\tfrac{\sqrt{3}}{2}T\big) - 0.3L(100) = 0 \;\Rightarrow\; T = \frac{30}{0.3 + 0.4\sqrt{3}} = 30.2\,[\mathrm{N}].$$

$\sum F_x$: $C_x - \frac{\sqrt{3}}{2}(30.22) = 0 \Rightarrow C_x = 26.2\,[\mathrm{N}]$. $\sum F_y$: $C_y + \frac{1}{2}(30.22) - 100 = 0 \Rightarrow C_y = 84.9\,[\mathrm{N}]$.

Resultado. $W_D = T = 30.2\,[\mathrm{N}]$ y $C = \sqrt{26.2^2 + 84.9^2} = 88.8\,[\mathrm{N}]$.

Ejercicio 5.6.5 · armadura como cuerpo rígido

← volver

Datos. Coordenadas en metros: $B(3, 1.25)$, $C(6, 2.5)$, $D(9, 1.25)$ y $E(12, 0)$. Fuerzas: en B, $400(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}) = (320, -240)$; en D, $600(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}) = (-360, -480)\,[\mathrm{N}]$.

Planteamiento. La armadura completa es un solo cuerpo rígido: incógnitas A_x, A_y, E.

Resolución. $\sum F_x$: $A_x + 320 - 360 = 0 \Rightarrow A_x = 40\,[\mathrm{N}]$.

$$\sum M_A = \big[3(-240) - 1.25(320)\big] + 6(-600) + \big[9(-480) - 1.25(-360)\big] +$$

Apéndice C · Fe de erratas

↑ Volver al índice

Diferencias entre las resoluciones publicadas de los exámenes y los valores verificados en este cuaderno. Cada entrada indica el examen, el problema, lo que aparece en la resolución publicada y el valor verificado.

C.1 · Unidad 1 · Fundamentos de la mecánica clásica newtoniana: gravitación universal y unidades

1er final 2012-2 (vespertino), problema 1: En la resolución publicada aparece $\Delta W = 2.5 \times 10^{-4}\,[\mathrm{N}]$; el valor verificado es $\Delta W = -2.51 \times 10^{-4}\,W$, una fracción del peso (que no es dato) y no una fuerza en newtons. En el inciso b) aparece $H = 31.93\,[\mathrm{km}]$, que corresponde a $R(1 - \sqrt{0.99})$; de la propia ecuación publicada, $R = \sqrt{0.99}\,(R + H)$, el valor verificado es $H = R(1/\sqrt{0.99} - 1) = 32.09\,[\mathrm{km}]$.

1er final 2006-2, problema 1: En la resolución publicada se asigna al coeficiente la unidad ft^2/s, como si $D^2\sqrt{H}$ tuviera unidades de pie, y aparece $Q = 0.4974\,D^2\sqrt{H}$. Por homogeneidad el coeficiente tiene unidades de $\mathrm{ft}^{1/2}/\mathrm{s}$; el valor verificado es $Q = 2.956\,D^2\sqrt{H}$.

1er final 2013-1 (vespertino), problema 1: En la resolución publicada el inciso b) aparece como verdadero; el centro de gravedad, el centro de masa y el centroide coinciden solo en un cuerpo homogéneo dentro de un campo gravitatorio uniforme, así que la respuesta verificada es falso.

C.2 · Unidad 2 · Conceptos básicos de la estática: resultante de fuerzas concurrentes y equilibrio de la partícula

1er final 2018-2 (matutino), problema 2: En la resolución publicada aparece la componente vertical de $\vec{T}_{AD}$ como 360 [N] y el peso $P = 1215\,[\mathrm{N}]$; como $\frac{12}{15}(400) = 320\,[\mathrm{N}]$, el valor verificado es $W = 1175\,[\mathrm{N}]$. Las tensiones $T_{BD} = 225\,[\mathrm{N}]$ y $T_{CD} = 780\,[\mathrm{N}]$ coinciden.

1er final 2015-1 (vespertino), problema 1: En la resolución publicada aparece $x = 2 - 0.85 = 1.55\,[\mathrm{m}]$ como respuesta; la resta da 1.15 [m], que además es la proyección horizontal del cable. El valor verificado de la longitud es $L_{AC} = 1.15/\cos 30^\circ = 1.32\,[\mathrm{m}]$.

C.3 · Unidad 3 · Sistemas equivalentes de fuerzas: momentos, pares y reducción

1er final 2018-1 (vespertino), problema 2: En la resolución publicada aparece $\vec{M}_A = -1282\,\hat{\imath} + 482\,\hat{k}\,[\mathrm{lb\cdot ft}]$; la componente verificada es $(20)(21.38) = 427.6$, es decir, $\vec{M}_A = -1282.9\,\hat{\imath} + 427.6\,\hat{k}\,[\mathrm{lb\cdot ft}]$. La magnitud del momento respecto al eje AC, 809 [lb · ft], no depende de esa componente y coincide.

1er final 2018-1 (matutino), problema 2: En la resolución publicada aparece $\theta = 36.9^\circ$ para el inciso a); con ese ángulo, $1000\cos\theta - 250\sin\theta = 650\,[\mathrm{N\cdot cm}]$. El valor verificado es $\theta = 25.1^\circ$. El inciso b) (166° y 1031 [N · cm]) coincide.

Resolución.

Parte	$A_i\,[\mathrm{cm}^2]$	$\bar{x}_i$	$\bar{y}_i$	$A_i\bar{x}_i$
Cuadrado (2.° cuadrante)	36	-3	3	-108
Cuarto de círculo $r=6$	28.27	2.55	2.55	72.00
Cuadrado (4.° cuadrante)	36	3	-3	108
Triángulo	18	-2	-2	-36
Agujero $r=3$	-28.27	0	0	0
$\sum$	90			36.00

El cuarto de círculo y el agujero tienen la misma área, 9π, y se cancelan en $\sum A_i$. $\bar{x} = \frac{36}{90} = 0.40\,[\mathrm{cm}]$ y, por simetría, $\bar{y} = 0.40\,[\mathrm{cm}]$.

Resultado. $C(0.40,\ 0.40)\,[\mathrm{cm}]$.

Ejercicio 4.6.2 · placa trapecial con hueco rectangular

← volver

Planteamiento. Rectángulo: $A = 48$, $(\bar{x}, \bar{y}) = (-2, 6)$. Triángulo: $A = 36$, $(2, 4)$. Hueco: $A = -a$, $(a/2,\ 1.5)$.

Resolución.

1. $\sum A_i = 84 - a$; $\sum A_i\bar{x}_i = -96 + 72 - \frac{a^2}{2} = -24 - \frac{a^2}{2}$.
2. $\dfrac{-24 - a^2/2}{84 - a} = -\dfrac{26}{82} \;\Rightarrow\; 1968 + 41a^2 = 2184 - 26a \;\Rightarrow\; 41a^2 + 26a - 216 = 0$.
3. $a = \dfrac{-26 + \sqrt{26^2 + 4(41)(216)}}{82} = \dfrac{-26 + 190}{82} = 2\,[\mathrm{ft}]$ (la otra raíz es negativa).
4. $\sum A_i\bar{y}_i = 48(6) + 36(4) - 2(1.5) = 429$; $\sum A_i = 82$; $\bar{y} = \frac{429}{82} = 5.23\,[\mathrm{ft}]$.

Resultado. $a = 2\,[\mathrm{ft}]$, $\bar{y} = 5.23\,[\mathrm{ft}]$.

Ejercicio 4.6.3 · intervalo de un parámetro

← volver

Planteamiento. OAB: $A = 9$, centroide $(-1,\ 2)$. OCD: $A = a^2/2$, centroide $(a/3,\ -a/3)$. Estar dentro de OAB exige $\bar{x} \le 0$, $\bar{y} \ge 0$ y quedar debajo de la recta AB, $y = 2x + 6$.

Resolución.

$$\bar{x} = \frac{-9 + a^3/6}{9 + a^2/2}, \qquad \bar{y} = \frac{18 - a^3/6}{9 + a^2/2}.$$

1. $\bar{x} < 0 \Rightarrow a^3 < 54 \Rightarrow a < 3.78\,[\mathrm{m}]$.
2. $\bar{y} > 0 \Rightarrow a^3 < 108 \Rightarrow a < 4.76\,[\mathrm{m}]$: ya se cumple si se cumple la anterior.
3. Recta AB: $\bar{y} \le 2\bar{x} + 6$ equivale a $0 \le \frac{a^3}{2} + 3a^2 + 18$, que vale para todo $a > 0$.

Resultado. $0 < a < 3.78\,[\mathrm{m}]$; con $a = 3.78\,[\mathrm{m}]$ el centroide queda justo sobre el lado OA.

Ejercicio 4.6.4 · lámina doblada con recorte semicircular

← volver

Planteamiento. $\gamma t = \frac{540}{1728}(0.2) = 0.0625\,[\mathrm{lb/in}^2]$ y $W_i = 0.0625\,A_i$. El semicírculo tiene su centroide a $\frac{4(6)}{3\pi} = 2.55\,[\mathrm{in}]$ del borde OD.

Resolución.

1er final 2018-2 (vespertino), problema 4: En la resolución publicada la fricción de 46 [N] aparece hacia arriba del plano y resulta $W_B = 82.3\,[\mathrm{N}]$, que corresponde a un bloque a punto de bajar; para A a punto de deslizar hacia arriba la fricción apunta hacia abajo del plano y el valor verificado es $W_B = 174.4\,[\mathrm{N}]$. El ángulo publicado, 39.9°, es correcto.

1er final 2012-2 (vespertino), problema 5: En la resolución publicada la fuerza de fricción aparece como $f_r = 100\,[\mathrm{N}]$; el problema está en libras y el valor verificado es 100 [lb]. El coeficiente, 0.8, no cambia.

Resultado. $\theta = 42.72^\circ$; $\vec{R} = 160\hat{\imath} - 285\hat{\jmath} - 270\hat{k}$ [N].

Ejercicio 2.6.6 · globo amarrado con tres cables ← volver

Planteamiento. Partícula D con cinco fuerzas: tres tensiones dirigidas hacia el suelo, el empuje $6\hat{k}$ y el peso $-W\hat{k}$ [kN]. Vectores: $\overrightarrow{DA} = (2, 3, -6)$, módulo 7; $\overrightarrow{DB} = (1.5, -2, -6)$, módulo 6.5; $\overrightarrow{DC} = (-6, -3, -6)$, módulo 9.

Resolución.

1. $\vec{T}_{BD} = \dfrac{1.5}{6.5}(1.5, -2, -6) = (0.3462, -0.4615, -1.3846)$ [kN].
2. $\sum F_x = 0$: $\frac{2}{7}T_{AD} - \frac{2}{3}T_{CD} + 0.3462 = 0$.
3. $\sum F_y = 0$: $\frac{3}{7}T_{AD} - \frac{1}{3}T_{CD} - 0.4615 = 0$.
4. Al resolver: $T_{AD} = 2.221$ [kN] y $T_{CD} = 1.471$ [kN].
5. $\sum F_z = 0$: $-\frac{6}{7}(2.221) - \frac{2}{3}(1.471) - 1.3846 + 6 - W = 0 \Rightarrow W = 1.731$ [kN].

Resultado. $T_{AD} = 2.22$ [kN], $T_{CD} = 1.47$ [kN], $W = 1.73$ [kN].

E.3 · Unidad 3 · Sistemas equivalentes de fuerzas: momentos, pares y reducción

Ejercicio 3.6.1 · fuerza en la manija de una puerta ← volver

Planteamiento. $\vec{r}_{A/O} = -20\hat{\imath} - 5\hat{\jmath}$ [cm] y $\vec{F} = -50\sin\theta\,\hat{\imath} - 50\cos\theta\,\hat{\jmath}$ [N].

Resolución. a) $M_O = xF_y - yF_x = (-20)(-50\cos\theta) - (-5)(-50\sin\theta) = 1000\cos\theta - 250\sin\theta$. Con $1000\cos\theta - 250\sin\theta = 800$: se escribe $1030.78\cos(\theta + 14.04^\circ) = 800$, de donde $\theta + 14.04^\circ = 39.10^\circ$ y $\theta = 25.06^\circ$. (La otra raíz, $\theta = -53.1^\circ$, queda fuera del intervalo.) Comprobación: $1000(0.9059) - 250(0.4235) = 800$.

b) $M_O = 1030.78\cos(\theta + 14.04^\circ)$ tiene magnitud máxima cuando $\vec{F}$ es perpendicular a $\overrightarrow{OA}$: $\theta + 14.04^\circ = 180^\circ$, $\theta = 165.96^\circ$, y $|M_O| = 50\sqrt{20^2 + 5^2} = 1030.8$ [N · cm].

Resultado. a) $\theta = 25.1^\circ$; b) $\theta = 166.0^\circ$ y $M_{\text{máx}} = 1030.8$ [N · cm].

Ejercicio 3.6.2 · fuerza a partir de su momento ← volver

Planteamiento. $\vec{r} = 2.5(\cos 30^\circ\hat{\imath} + \sin 30^\circ\hat{\jmath})$ [m] y $\vec{F} = F\left(-\frac{12}{13}\hat{\imath} + \frac{5}{13}\hat{\jmath}\right)$.

Resolución.

$$M_A = xF_y - yF_x = 2.5F\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{5}{13} + \frac{1}{2}\cdot\frac{12}{13}\right] = \frac{2.5F\,(5\sqrt{3} + 12)}{26} = 1.9866\,F = 77.5,$$

de donde $F = 39.01$ [N].

Resultado. $\vec{F} = 39.01\left(-\frac{12}{13}\hat{\imath} + \frac{5}{13}\hat{\jmath}\right) = -36.01\,\hat{\imath} + 15.00\,\hat{\jmath}$ [N].

Ejercicio 3.6.3 · momento de un par en el plano ← volver

Planteamiento. $\vec{F} = 8(\sin 30^\circ\hat{\imath} + \cos 30^\circ\hat{\jmath}) = 4\hat{\imath} + 6.928\hat{\jmath}$ [kN]; $\vec{r}$ de $(-2, 6)$ a $(3, 1)$: $5\hat{\imath} - 5\hat{\jmath}$ [m].

Resolución. a) $M = xF_y - yF_x = (5)(6.928) - (-5)(4) = 54.64$ [kN · m] (antihorario).

b) La distancia entre dos rectas paralelas de dirección $\hat{u} = (0.5,\ 0.866)$ es la componente de $\vec{r}$ perpendicular a $\hat{u}$: $d = |(5)(0.866) - (-5)(0.5)| = 4.330 + 2.5 = 6.83$ [m].

Complementaria.

- Bedford, A. y Fowler, W. L. *Engineering Mechanics: Statics*, 5.ª ed. Prentice Hall, 2008.
- Riley, W. F. *Ingeniería mecánica: Estática*. Reverté, 2002.
- Soutas-Little, R. W. et al. *Engineering Mechanics: Statics*, edición computacional. Thomson, 2008.

Los libros se recomiendan para ampliar la teoría y para practicar con más problemas. Ningún ejercicio de este cuaderno se tomó de ellos.

Resoluciones y figuras

Las resoluciones, las figuras y la redacción de los enunciados son propias de este cuaderno. Toda la aritmética de los ejercicios resueltos y propuestos se verificó numéricamente.

Apéndice B · Exámenes completos

↑ Volver al índice

B.1 Qué vino en cada examen

Unidad de cada problema, en el orden del examen. «4+5» indica un problema que combina dos unidades (por ejemplo, una carga distribuida y las reacciones que produce). Las versiones del mismo día que tienen los mismos temas van en una sola fila; las que difieren, en filas separadas.

Examen	1	2	3	4	5	6
1er final 2006-2	1	3	3	4		
1er final 2011-1 (A)	1	2	3	4	4+5	6
1er final 2011-1 (B)	2	3	4	4+5	6	
1er final 2011-1 (C)	3	2	4	5	6	
1er final 2011-2 (A/B)	2	3	4	4+5	6	
2º final 2011-2	2+3	3	4	5	6	
1er final 2012-1 (mat./ves.)	2	3	4	4+5	6	
2º final 2012-1	1	3	4	4+5	6	
1er final 2012-2 (mat./ves.)	1	3	4	5	6	
2º final 2012-2	2	3	4	5	6	
1er final 2013-1 (mat.)	3	3	4	5	6	
1er final 2013-1 (ves.)	1	3	4	5	6	
2º final 2013-1	2	3	3	6	5	
1er final 2013-2 (mat.)	3	3	4	5	6	
1er final 2013-2 (ves.)	2	3	4	5	6	
2º final 2013-2	3	3	4	5	6	
1er final 2014-1 (mat./ves.)	2	3	4	5	6	
2º final 2014-1	1	2	3	5	6	
1er final 2014-2 (mat./ves.)	2	3	4+5	4	6	
2º final 2014-2	2	3	4	5	6	
1er final 2015-1 (mat./ves.)	2	3	4	5	6	
1er final 2015-2 (mat.)	2	3	4	3+5	6	
1er final 2015-2 (ves.)	2	3	4	5	6	
2º final 2015-2	2	3	4+5	6		
1er final 2016-2 (mat.)	3	4	5	6		
1er final 2016-2 (ves.)	3+5	4	5	6		
2º final 2016-2	6	4	4+5	5		
1er final 2018-1 (mat./ves.)	2	3	4	5		
2º final 2018-1	2	5	4	6		
1er final 2018-2 (mat.)	2	2	4+5	6		
1er final 2018-2 (ves.)	2	3	4+5	6		
2º final 2018-2	2	2	5	6		

B.2 Tres exámenes completos para simulacro

Cada simulacro es un examen real completo cuyos problemas están todos en este cuaderno. Resuélvelo de corrido, con cronómetro y sin consultar; después compara con la resolución del ejercicio correspondiente (en la unidad o, si es propuesto, en el Apéndice E).

1. $\sum M_E = 0$: $W\frac{l}{2} - (T\cos\alpha)\,l = 0$, así que $\cos\alpha = \frac{200}{2(125)} = 0.8$ y $\alpha = 36.87^\circ$.
2. $\sum F_x = 0$: $f = T\cos\alpha = 100\,[\text{lb}]$.
3. $\sum F_y = 0$: $N = 200 - 125\sin\alpha = 200 - 75 = 125\,[\text{lb}]$.
4. $\mu_s = \frac{100}{125}$.

Resultado. $\alpha = 36.87^\circ$ y $\mu_s = 0.8$.

Ejercicio 6.6.7 · empujar un mueble

← volver

Planteamiento. Mueble a punto de deslizar: $f = \mu_s N$. La persona recibe la reacción de F: hacia atrás y hacia arriba.

Resolución.

1. Mueble: $N = 90 + F\sin 30^\circ$; $F\cos 30^\circ = 0.25(90 + 0.5F)$, así que $F(0.866 - 0.125) = 22.5$ y $F = 30.36\,[\text{lb}]$.
2. Persona: la fricción en sus zapatos equilibra $F\cos 30^\circ = 26.30\,[\text{lb}]$; la normal es $150 - F\sin 30^\circ = 134.82\,[\text{lb}]$.
3. $\mu_{\text{mín}} = \frac{26.30}{134.82}$.

Resultado. $F = 30.4\,[\text{lb}]$ y $\mu_{\text{mín}} = 0.195$.

- **1er final 2014-1 (vespertino):** 2 ⟶ ejercicio 3.5.4; 3 ⟶ propuesto 4.6.1; 5 ⟶ propuesto 6.6.1.
- **2º final 2014-1:** 1 ⟶ propuesto 1.6.1; 3 ⟶ propuesto 3.6.3; 4 ⟶ ejercicio 5.5.6.
- **1er final 2014-2 (matutino):** 1 ⟶ ejercicio 2.5.7; 4 ⟶ ejercicio 4.5.4.
- **1er final 2014-2 (vespertino):** 1 ⟶ propuesto 2.6.6.
- **1er final 2015-1 (matutino):** 2 ⟶ propuesto 3.6.2; 4 ⟶ ejercicio 5.5.5; 5 ⟶ propuesto 6.6.4.
- **1er final 2015-1 (vespertino):** 1 ⟶ ejercicio 2.5.6; 4 ⟶ propuesto 5.6.2.
- **1er final 2015-2 (matutino):** 1 ⟶ ejercicio 2.5.3; 2 ⟶ ejercicio 3.5.8.
- **1er final 2015-2 (vespertino):** 1 ⟶ propuesto 2.6.5; 4 ⟶ ejemplo 5.4 (misma palanca); 5 ⟶ ejercicio 6.5.2.
- **2º final 2015-2:** 4 ⟶ ejercicio 6.5.8.
- **1er final 2016-2 (matutino):** 3 ⟶ ejercicio 5.5.4; 4 ⟶ ejercicio 6.5.1 (mismo problema).
- **1er final 2016-2 (vespertino):** 2 ⟶ propuesto 4.6.5; 3 ⟶ ejemplo 5.4; 4 ⟶ propuesto 6.6.7.
- **2º final 2016-2:** 1 ⟶ ejercicio 6.5.3; 4 ⟶ ejercicio 5.5.1.
- **1er final 2018-1 (matutino):** 1 ⟶ ejercicio 2.5.5; 2 ⟶ propuesto 3.6.1; 3 ⟶ ejemplo 4.4; 4 ⟶ propuesto 5.6.7.
- **1er final 2018-1 (vespertino):** 1 ⟶ ejercicio 2.5.4; 2 ⟶ ejemplo 3.4; 4 ⟶ ejemplo 5.4.
- **2º final 2018-1:** 2 ⟶ propuesto 5.6.3; 4 ⟶ ejemplo 6.4.
- **1er final 2018-2 (matutino):** 1 ⟶ ejercicio 2.5.1; 2 ⟶ ejemplo 2.4; 4 ⟶ ejercicio 6.5.7.
- **1er final 2018-2 (vespertino):** 1 ⟶ ejercicio 2.5.2; 4 ⟶ propuesto 6.6.5.
- **2º final 2018-2:** 1 ⟶ propuesto 2.6.3; 2 ⟶ propuesto 2.6.4; 3 ⟶ propuesto 5.6.1; 4 ⟶ ejercicio 6.5.5.

$$+ 12(-300) + 12E = -12\,190 + 12E = 0,$$

de donde $E = 1015.8\,[\text{N}]$. $\sum F_y$: $A_y + E = 200 + 240 + 600 + 480 + 300 = 1820 \Rightarrow A_y = 804.2\,[\text{N}]$.

Resultado. $A = \sqrt{40^2 + 804.2^2} = 805.2\,[\text{N}]$ y $E = 1015.8\,[\text{N}]$.

Ejercicio 5.6.6 · brazo con rótula y cables, segunda versión ← volver

Planteamiento. $\hat{e}_{EC} = \frac{(-1,2,2)}{3}$, $\hat{e}_{AD} = \frac{(-2,1,-2)}{3}$, $\vec{F} = -300\,\hat{\jmath}$. Momentos respecto a O.

Resolución. $\vec{r}_E \times \hat{e}_{EC} = \frac{1}{3}(0,-2,2)$, $\vec{r}_A \times \hat{e}_{AD} = \frac{1}{3}(0,4,2)$, $\vec{r}_A \times \vec{F} = (0,0,-600)$. $\sum M_y$: $-\frac{2}{3}T_{EC} + \frac{4}{3}T_{AD} = 0 \Rightarrow T_{EC} = 2T_{AD}$. $\sum M_z$: $\frac{2}{3}T_{EC} + \frac{2}{3}T_{AD} = 600 \Rightarrow 2T_{AD} = 600$.
$O_x = \frac{1}{3}(600) + \frac{2}{3}(300) = 400$; $O_y = 300 - \frac{2}{3}(600) - \frac{1}{3}(300) = -200$; $O_z = -\frac{2}{3}(600) + \frac{2}{3}(300) = -200\,[\text{N}]$.

Resultado. $T_{EC} = 600\,[\text{N}]$, $T_{AD} = 300\,[\text{N}]$, $|\vec{O}| = \sqrt{400^2 + 200^2 + 200^2} = 489.9\,[\text{N}]$.

Ejercicio 5.6.7 · pescante con rótula, dos cables y fuerza dada ← volver

Planteamiento. Equilibrio del punto B (el pescante solo transmite la fuerza R_A a lo largo de AB): $R_A\,\hat{e}_{AB} + T_{BC}\,\hat{e}_{BC} + T_{BD}\,\hat{e}_{BD} + \vec{P} = \vec{0}$, con $\hat{e}_{AB} = \frac{(-2,6,3)}{7}$, $\hat{e}_{BC} = \frac{(1,-3,3)}{\sqrt{19}}$, $\hat{e}_{BD} = \frac{(-2,-3,1)}{\sqrt{14}}$.

Resolución.

$$-\tfrac{2}{7}R_A + \tfrac{1}{\sqrt{19}}T_{BC} - \tfrac{2}{\sqrt{14}}T_{BD} + 12 = 0,$$

$$\tfrac{6}{7}R_A - \tfrac{3}{\sqrt{19}}T_{BC} - \tfrac{3}{\sqrt{14}}T_{BD} = 0,$$

$$\tfrac{3}{7}R_A + \tfrac{3}{\sqrt{19}}T_{BC} + \tfrac{1}{\sqrt{14}}T_{BD} - 16 = 0.$$

Resolviendo el sistema: $R_A = 18.67$, $T_{BC} = 5.81$, $T_{BD} = 14.97\,[\text{kN}]$.

Resultado. $R_A = 18.67\,[\text{kN}]$; sale positiva en la dirección de A hacia B: el pescante empuja a B (compresión). $T_{BC} = 5.81\,[\text{kN}]$ y $T_{BD} = 14.97\,[\text{kN}]$.

E.6 · Unidad 6 · Fricción: deslizamiento, volcamiento y cuerpos conectados

Ejercicio 6.6.1 · fuerza horizontal sobre un plano ← volver

Planteamiento. Ejes paralelo (hacia arriba) y perpendicular al plano; $\sin\theta = 0.6$, $\cos\theta = 0.8$.

Resolución.

1. Componentes de F: 48 [N] hacia arriba del plano y 36 [N] contra él. Del peso: 24 [N] hacia abajo del plano y 32 [N] contra él.
2. $48 > 24$: está a punto de subir y f apunta hacia abajo del plano.
3. $\sum F_y = 0$: $N = 32 + 36 = 68\,[\text{N}]$. $\sum F_x = 0$: $f = 48 - 24 = 24\,[\text{N}]$.
4. $\mu_s = \frac{24}{68}$.

2º final 2014-1, problema 3: En la resolución publicada aparece $\vec{M}_{par} = 54.64\,\hat{k}\,[\mathrm{N}]$; la unidad verificada es $[\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m}]$: $\vec{M} = 54.64\,\hat{k}\,[\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m}]$. La distancia, 6.83 [m], coincide.

C.4 · Unidad 4 · Primeros momentos, centros de gravedad, centros de masa y centroides

1er final 2018-1 (matutino), problema 3: La resolución publicada mide x desde el extremo izquierdo del semicírculo y, en su tabla, el producto $\bar{x}_i A_i$ del triángulo aparece como 36 750 [cm^3], que es su $\bar{y}_i A_i$; con su origen, el valor correcto es 165 375 [cm^3]. Por eso publica $\bar{x} = 31.5$ [cm]; el valor verificado es 54.43 [cm] desde ese extremo, es decir, $\bar{x} = 19.43$ [cm] respecto al eje y de la figura. La coordenada $\bar{y} = 37.2$ [cm] coincide.

1er final 2016-2 (vespertino), problema 2: La resolución publicada usa un ancho de 120 [cm] y una altura del triángulo de 30 [cm], en lugar de los 225 [cm] y 85 [cm] acotados en el enunciado, y obtiene $\bar{x} = 43.2$ [cm], $\bar{y} = 30.8$ [cm]. Con las cotas del enunciado, el valor verificado es $\bar{x} = 84.84$ [cm], $\bar{y} = 46.93$ [cm].

C.5 · Unidad 5 · Estudio del equilibrio de los cuerpos: reacciones en el plano y en el espacio

1er final 2016-2 (matutino), problema 3: La resolución publicada plantea $\sum M_D = 0$ sin el par de empotramiento y obtiene $T = 96$ [lb] y $R_D = 16$ [lb] hacia abajo, valores que contradicen el dato $w = 100$ [lb] (corresponden a un apoyo D sin momento). Con el empotramiento y $w = 100$ [lb], los valores verificados son $T = 100$ [lb], $D_y = 20$ [lb] hacia abajo y $M_D = 20$ [lb · ft] antihorario.

2º final 2014-1, problema 4: En la resolución publicada, el caso a) da $R_B = 0.498F$; el valor verificado es $R_B = 0.503F$ ($B_x = 0.406F$, $B_y = 0.297F$). Además, el caso d) del enunciado aparece rotulado como c).

2º final 2018-1, problema 2: En la resolución publicada, el recuadro final dice «$R_B = 3.12$ [kg] hacia abajo»; su propio diagrama y su comprobación usan R_B hacia arriba, que es el sentido verificado (30.6 [N], es decir, 3.12 [kgf]).

1er final 2012-2 (vespertino), problema 4: En la resolución publicada, la fuerza aplicada se escribe $\vec{F} = -300\,\hat{k}$; como es paralela al eje y, el vector verificado es $\vec{F} = -300\,\hat{\jmath}$ [N]. Las ecuaciones de equilibrio de esa resolución sí la usan en la dirección y, y sus resultados coinciden.

C.6 · Unidad 6 · Fricción: deslizamiento, volcamiento y cuerpos conectados

2º final 2016-2, problema 1: En la resolución publicada el intervalo final aparece como $6 \le m \le 64.2$ [kg]; el valor verificado del extremo superior es 62.4 [kg], el mismo que se obtiene unas líneas antes en esa resolución.

2º final 2012-2, problema 5: En la resolución publicada la suma de fuerzas del bloque A aparece como $T - f_{rA} + \frac{1}{\sqrt{2}} W_A = 0$; el signo verificado del peso es negativo ($T - f_{rA} - \frac{1}{\sqrt{2}} W_A = 0$). El resultado publicado, $\mu = 0.13$, sí corresponde al signo correcto.

Parte	A_i	W_i [lb]	$\bar{x}_i$	$\bar{y}_i$	$\bar{z}_i$
OAB	90	5.625	0	4	5
ODEA	192	12.000	8	6	0
OBCD	240	15.000	8	0	7.5
Semicírculo	−56.55	−3.534	8	0	2.55

$\sum W_i = 29.09$ [lb]; $\sum W_i \bar{x}_i = 96 + 120 - 28.27 = 187.73$; $\sum W_i \bar{y}_i = 22.5 + 72 = 94.5$; $\sum W_i \bar{z}_i = 28.13 + 112.5 - 9.00 = 131.63$ [lb · in].

Resultado. $\bar{x} = 6.45$, $\bar{y} = 3.25$, $\bar{z} = 4.52$ [in].

Ejercicio 4.6.5 · placa con recorte de cuarto de círculo

← volver

Planteamiento. Triángulo *BCD* (base 225, altura 85) más rectángulo 225 × 40 menos el cuarto de círculo de radio 40 con centro en (225, 0), cuyo centroide está en (225 − 16.98, 16.98).

Resolución.

Parte	A_i [cm^2]	$\bar{x}_i$	$\bar{y}_i$	$A_i\bar{x}_i$	$A_i\bar{y}_i$
Triángulo	9562.5	75	68.33	717 188	653 438
Rectángulo	9000	112.5	20	1 012 500	180 000
Cuarto de círculo	−1256.6	208.02	16.98	−261 410	−21 333
$\sum$	17 305.9			1 468 278	812 104

$\bar{x} = \frac{1\,468\,278}{17\,305.9} = 84.84$ [cm], $\bar{y} = \frac{812\,104}{17\,305.9} = 46.93$ [cm].

Resultado. $C(84.84,\ 46.93)$ [cm].

Ejercicio 4.6.6 · fuerza equivalente de una carga parabólica

← volver

Planteamiento. La fuerza es el área bajo la curva de carga y su abscisa es la del centroide de esa área (sección 4.1). Es una enjuta parabólica de $b = 20$ y $h = 400$.

Resolución.

$$F = \int_0^{20} x^2\,dx = \frac{20^3}{3} = 2666.7\ [\mathrm{N}], \qquad \int_0^{20} x^3\,dx = \frac{20^4}{4} = 40\,000\ [\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}],$$

$$\bar{x} = \frac{40\,000}{2666.7} = 15\ [\mathrm{m}].$$

Con la tabla de la sección 4.1: área $bh/3 = 20(400)/3$ y $\bar{x} = 3b/4 = 15$. Coincide.

Resultado. $F = 2666.7$ [N] hacia abajo, aplicada en $x = 15$ [m].

E.5 · Unidad 5 · Estudio del equilibrio de los cuerpos: reacciones en el plano y en el espacio

Ejercicio 5.6.1 · viga en voladizo con carga trapecial

← volver

Planteamiento. Se divide la carga en tres partes: rectángulo $2(3) = 6$ [t] en $x = 2.5$; triángulo $\frac{1}{2}(6)(3) = 9$ [t] en $x = 1 + \frac{2}{3}(3) = 3$; rectángulo $8(1) = 8$ [t] en $x = 4.5$ [m]. Empotramiento: A_x, A_y, M_A.

Apéndice D · Fuentes

↑ Volver al índice

Programa de la asignatura

Programa de estudio de la asignatura Estática (segundo semestre, 9 créditos), aprobado en 2008. De él se toman el orden de las unidades, el objetivo del curso y el objetivo de cada unidad, que se citan literalmente al inicio de cada una.

Exámenes

Exámenes finales colegiados de la asignatura, con sus resoluciones publicadas. Se citan en cada ejercicio como «Adaptado de» con el número de final, el semestre, el turno o la versión y el número de problema. Los enunciados se redactaron de nuevo, con los datos originales, y las figuras se redibujaron.

Semestre	Exámenes
2006-2	1er final
2011-1	1er final, versiones A, B y C
2011-2	1er final, versiones A y B; 2º final
2012-1	1er final, turnos matutino y vespertino; 2º final
2012-2	1er final, turnos matutino y vespertino; 2º final
2013-1	1er final, turnos matutino y vespertino; 2º final
2013-2	1er final, turnos matutino y vespertino; 2º final
2014-1	1er final, turnos matutino y vespertino; 2º final
2014-2	1er final, turnos matutino y vespertino; 2º final
2015-1	1er final, turnos matutino y vespertino
2015-2	1er final, turnos matutino y vespertino; 2º final
2016-2	1er final, turnos matutino y vespertino; 2º final
2018-1	1er final, turnos matutino y vespertino; 2º final
2018-2	1er final, turnos matutino y vespertino; 2º final

En total, 39 versiones de 25 exámenes. Las resoluciones publicadas de 2006-2 y de 2012-2 están mecanografiadas; las de 2011-1 a 2015-2 (salvo 2012-2) son manuscritas, y las de 2016-2 a 2018-2 vienen al final de cada examen. Las diferencias encontradas al verificarlas están en el Apéndice C.

Bibliografía del programa

Básica.

- Beer, F. P. y Johnston, E. R. *Vector Mechanics for Engineers: Statics*, 8.ª ed. McGraw-Hill, 2007. (En español: *Mecánica vectorial para ingenieros: Estática*.)
- Meriam, J. L. y Kraige, L. G. *Mecánica vectorial para ingenieros: Estática*, 3.ª ed. Reverté, 2000.
- Hibbeler, R. C. *Mecánica para ingenieros: Estática*, 10.ª ed. Pearson Prentice Hall, 2004.

c) $M = Fd = (8)(6.83) = 54.64\,[\text{kN}\cdot\text{m}]$.
Resultado. $\vec{M} = 54.64\,\hat{k}\,[\text{kN}\cdot\text{m}]$ y $d = 6.83\,[\text{m}]$.

Ejercicio 3.6.4 · sistemas equivalentes en el plano ← volver

Planteamiento. $\vec{R} = R\left(-\frac{3}{5}\hat{\imath} - \frac{4}{5}\hat{\jmath}\right)$; M_O de $\vec{R}$ fija R, y la igualdad de resultantes da $\vec{F}_3 = \vec{R} - \vec{F}_1 - \vec{F}_2$.
Resolución. $M_O = xR_y - yR_x = (10)\left(-\frac{4}{5}R\right) - (-5)\left(-\frac{3}{5}R\right) = -8R - 3R = -11R = -220$, así que $R = 20\,[\text{N}]$ y $\vec{R} = -12\hat{\imath} - 16\hat{\jmath}\,[\text{N}]$. Con $\vec{F}_1 = -20\hat{\imath}$ y $\vec{F}_2 = -10\hat{\jmath}$: $\vec{F}_3 = (-12+20)\hat{\imath} + (-16+10)\hat{\jmath} = 8\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}\,[\text{N}]$.
Resultado. $\vec{R} = -12\hat{\imath} - 16\hat{\jmath}\,[\text{N}]$ y $\vec{F}_3 = 8\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}\,[\text{N}]$ $(10\,[\text{N}])$.

Ejercicio 3.6.5 · losa con cuatro fuerzas ← volver

Planteamiento. $\overrightarrow{DC} = 0.24\hat{\imath} - 0.12\hat{\jmath} - 0.57\hat{k}$, de longitud $0.63\,[\text{m}]$; se igualan $\vec{R}$ y $\vec{M}_O$ con los de la fuerza única.
Resolución. $\vec{F}_4 = \frac{315}{0.63}(0.24\hat{\imath} - 0.12\hat{\jmath} - 0.57\hat{k}) = 120\hat{\imath} - 60\hat{\jmath} - 285\hat{k}\,[\text{N}]$.

$$\vec{R} = (120 - F_1)\hat{\imath} + (F_2 - 60)\hat{\jmath} - (285 + F_3)\hat{k} = -570\hat{k},$$

de donde $F_1 = 120\,[\text{N}]$, $F_2 = 60\,[\text{N}]$ y $F_3 = 285\,[\text{N}]$. Momentos respecto a O: $\vec{F}_1$ pasa por O; $(\hat{\imath} + 0.5\hat{\jmath}) \times 60\hat{\jmath} = 60\hat{k}$; $\hat{\imath} \times (-285\hat{k}) = 285\hat{\jmath}$; $0.5\hat{\jmath} \times (120\hat{\imath} - 60\hat{\jmath} - 285\hat{k}) = -142.5\hat{\imath} - 60\hat{k}$. Suma: $\vec{M}_O = -142.5\hat{\imath} + 285\hat{\jmath}\,[\text{N}\cdot\text{m}]$. Con la resultante en $(x, y, 0)$: $(x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}) \times (-570\hat{k}) = -570y\,\hat{\imath} + 570x\,\hat{\jmath}$, de donde $y = 0.25\,[\text{m}]$ y $x = 0.5\,[\text{m}]$.
Resultado. $F_1 = 120\,[\text{N}]$, $F_2 = 60\,[\text{N}]$, $F_3 = 285\,[\text{N}]$; punto $(0.5,\ 0.25,\ 0)\,[\text{m}]$.

Ejercicio 3.6.6 · seis fuerzas sobre una esfera ← volver

Planteamiento. Una sola fuerza exige $\vec{R} \cdot \vec{M}_O = 0$ con $\vec{R} \neq \vec{0}$.
Resolución. $\vec{R} = 4\hat{\imath} + (b-4)\hat{\jmath} + 5\hat{k}\,[\text{N}]$. Momentos respecto al origen: $\vec{r}_A \times \vec{F}_A = 20\hat{\imath} + 10\hat{\jmath}$; $\vec{r}_B \times \vec{F}_B = -20\hat{\imath} + 10\hat{k}$; $\vec{r}_C \times \vec{F}_C = -30\hat{\jmath} + 5b\,\hat{k}$; $\vec{r}_D \times \vec{F}_D = 20\hat{\jmath}$; $\vec{r}_E \times \vec{F}_E = 12.5\hat{\jmath}$; $\vec{r}_G \times \vec{F}_G = 12.5\hat{\jmath}$. Suma: $\vec{M}_O = 25\hat{\jmath} + (5b+10)\hat{k}\,[\text{N}\cdot\text{m}]$.

$$\vec{R} \cdot \vec{M}_O = 25(b-4) + 5(5b+10) = 50b - 50 = 0 \ \Rightarrow\ b = 1.$$

Con $b = 1$: $\vec{R} = 4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 5\hat{k}$ y $\vec{M}_O = 25\hat{\jmath} + 15\hat{k}$. Para $\vec{r} = (x, y, z)$, $\vec{r} \times \vec{R} = (5y + 3z)\hat{\imath} + (4z - 5x)\hat{\jmath} + (-3x - 4y)\hat{k} = 25\hat{\jmath} + 15\hat{k}$; en $z = 0$ resulta $x = -5$, $y = 0$.
Resultado. $b = 1$; la resultante $\vec{R} = 4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 5\hat{k}\,[\text{N}]$ pasa por $(-5, 0, 0)$: $\dfrac{x+5}{4} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z}{5}$.

E.4 · Unidad 4 · Primeros momentos, centros de gravedad, centros de masa y centroides

Ejercicio 4.6.1 · placa con agujero circular ← volver

Planteamiento. Cinco partes: cuadrado del segundo cuadrante, cuarto de círculo del primero, cuadrado del cuarto cuadrante, triángulo del tercero y el agujero (negativo). La figura es simétrica respecto a la recta $y = x$, así que $\bar{x} = \bar{y}$.

Apéndice E · Resoluciones de los ejercicios propuestos

↑ Volver al índice

E.1 · Unidad 1 · Fundamentos de la mecánica clásica newtoniana: gravitación universal y unidades

Ejercicio 1.6.1 · peso de un astronauta sobre otro planeta

← volver

Planteamiento. $g = GM/R^2$; con $M_p = 2M_T$ y $R_p = 3R_T$, $g_p = \frac{2}{9}\,g_T$. A la altura h: $W = mg_p\left(\frac{R_p}{R_p+h}\right)^2$.

Resolución.

1. a) $g_p = \frac{2}{9}(9.81) = 2.18\,[\mathrm{m/s^2}]$.

2. b) $R_p = 3(6370) = 19\,110\,[\mathrm{km}]$; $W = 80(2.18)\left(\frac{19\,110}{19\,260}\right)^2 = 174.4(0.98447) = 171.7\,[\mathrm{N}]$.

Resultado. a) $2.18\,[\mathrm{m/s^2}]$; b) $171.7\,[\mathrm{N}]$.

Ejercicio 1.6.2 · atracción entre la Tierra y Júpiter

← volver

Planteamiento. $F = Gm_Tm_J/r^2$, con r en metros: $r = 6.287\times10^{11}\,[\mathrm{m}]$.

Resolución. $F = \dfrac{(6.67\times10^{-11})(5.98\times10^{24})(1.9\times10^{27})}{(6.287\times10^{11})^2} = (6.67\times10^{-11})(2.874\times10^{28})$.

Resultado. $F = 1.92\times10^{18}\,[\mathrm{N}]$. (La resolución publicada deja el resultado como $2.874\times10^{28}\,G$, que es lo mismo.)

Ejercicio 1.6.3 · verdadero o falso

← volver

a) **V.** $W = GM_Tm/r^2$; la masa de la Tierra es un dato conocido.
b) **F.** El centro de masa coincide con el centroide solo si el cuerpo es homogéneo, y con el centro de gravedad solo si el campo gravitatorio es uniforme (Unidad 4).
c) **F.** El teorema de Varignon dice que el momento de una fuerza respecto a un punto es igual a la suma de los momentos de sus componentes respecto al mismo punto (Unidad 3).
d) **F.** La reducción a una fuerza y un par colineales (el «motor» o llave de torsión) existe solo si la resultante no es nula; un sistema con resultante nula se reduce a un par (Unidad 3).
e) **F.** El momento de un par es perpendicular al plano del par, es decir, perpendicular a las dos fuerzas (Unidad 3).

E.2 · Unidad 2 · Conceptos básicos de la estática: resultante de fuerzas concurrentes y equilibrio de la partícula

Ejercicio 2.6.1 · tres niños y un carrito

← volver

Planteamiento. Eje x al este y eje y al norte; equilibrio de la partícula: $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}=\vec{0}$.

Resolución.

1. $\vec{F}_1 = -20\hat{\imath}$; $\vec{F}_2 = 15\sin30^\circ\hat{\imath} + 15\cos30^\circ\hat{\jmath} = 7.5\hat{\imath} + 12.99\hat{\jmath}\,[\mathrm{N}]$.
2. $\vec{F} = -(\vec{F}_1+\vec{F}_2) = 12.5\hat{\imath} - 12.99\hat{\jmath}\,[\mathrm{N}]$.
3. $F = \sqrt{12.5^2+12.99^2} = 18.03\,[\mathrm{N}]$; $\tan\theta = 12.99/12.5 \Rightarrow \theta = 46.1^\circ$ por debajo del este.

Resultado. $18.03\,[\mathrm{N}]$ a 46.1° al sur del este.

Ejercicio 2.6.2 · dos cuerdas atadas a un muro

← volver

Planteamiento. Tres fuerzas sobre C: teorema de Lami. Ángulos entre fuerzas: CB–CA, $180^\circ-50^\circ-30^\circ = 100^\circ$; CA–500 [N], $90^\circ+30^\circ = 120^\circ$; CB–500 [N], $90^\circ+50^\circ = 140^\circ$.

Resolución.

$$\frac{500}{\sin100^\circ} = \frac{T_{CB}}{\sin120^\circ} = \frac{T_{CA}}{\sin140^\circ} = 507.71\,[\mathrm{N}].$$

$T_{CB} = 507.71(0.8660) = 439.7\,[\mathrm{N}]$; $T_{CA} = 507.71(0.6428) = 326.4\,[\mathrm{N}]$.

Resultado. $T_{CA} = 326.4\,[\mathrm{N}]$, $T_{CB} = 439.7\,[\mathrm{N}]$. (La resolución publicada da 326.21 y 440.05, diferencias de redondeo.)

Ejercicio 2.6.3 · resultante de dos fuerzas en el espacio

← volver

Planteamiento. Vector representativo de cada fuerza y suma por componentes.

Resolución.

1. $|OA| = \sqrt{150^2+80^2} = 170\,[\mathrm{mm}]$: $\vec{F}_1 = \frac{3400}{170}(0,150,80) = 3000\hat{\jmath} + 1600\hat{k}\,[\mathrm{N}]$.
2. $|OB| = \sqrt{60^2+80^2} = 100\,[\mathrm{mm}]$: $\vec{F}_2 = \frac{3500}{100}(60,0,80) = 2100\hat{\imath} + 2800\hat{k}\,[\mathrm{N}]$.
3. $\vec{R} = 2100\hat{\imath} + 3000\hat{\jmath} + 4400\hat{k}\,[\mathrm{N}]$; $R = \sqrt{2100^2+3000^2+4400^2} = 5724.5\,[\mathrm{N}]$.

Resultado. $\vec{R} = 2.1\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 4.4\hat{k}\,[\mathrm{kN}]$.

Ejercicio 2.6.4 · cuerpos colgados de poleas

← volver

Planteamiento. Polea sin fricción: la cuerda de la izquierda tiene tensión $2g = 19.62\,[\mathrm{N}]$ y la de la derecha, W_C. Equilibrio del anillo con tres fuerzas: $19.62\,[\mathrm{N}]$ a 150°, W_C con dirección $(3/5, 4/5)$ y W_B hacia abajo.

Resolución.

1. $\sum F_x = 0$: $\frac{3}{5}W_C - 19.62\cos30^\circ = 0 \Rightarrow W_C = 28.32\,[\mathrm{N}]$.
2. $\sum F_y = 0$: $19.62\sin30^\circ + \frac{4}{5}(28.32) - W_B = 0 \Rightarrow W_B = 9.81 + 22.65 = 32.47\,[\mathrm{N}]$.

Resultado. $W_B = 32.5\,[\mathrm{N}]$, $W_C = 28.3\,[\mathrm{N}]$.

Ejercicio 2.6.5 · ancla en un muro

← volver

Planteamiento. $\overrightarrow{AB} = (3,-6,-2)$ y $\overrightarrow{AC} = (2,-3,-6)$, ambos de módulo 7.

Resolución.

1. $\cos\theta = \dfrac{(3)(2)+(-6)(-3)+(-2)(-6)}{49} = \dfrac{36}{49} \Rightarrow \theta = 42.72^\circ$.
2. $\vec{T}_{AB} = 30(3,-6,-2) = 90\hat{\imath} - 180\hat{\jmath} - 60\hat{k}\,[\mathrm{N}]$; $\vec{T}_{AC} = 35(2,-3,-6) = 70\hat{\imath} - 105\hat{\jmath} - 210\hat{k}\,[\mathrm{N}]$.
3. $\vec{R} = 160\hat{\imath} - 285\hat{\jmath} - 270\hat{k}\,[\mathrm{N}]$; $R = 423.9\,[\mathrm{N}]$.