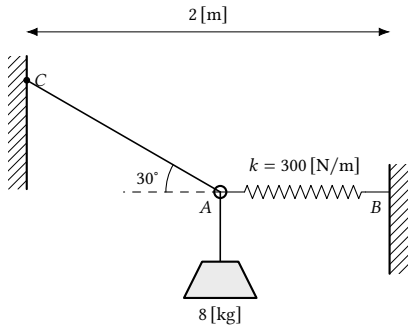


Datos. $W = 8(9.81) = 78.48\,[\mathrm{N}]$; $L_0 = 0.40\,[\mathrm{m}]$; $k = 300\,[\mathrm{N/m}]$; separación $2\,[\mathrm{m}]$.

Planteamiento. Equilibrio del anillo A: tensión del cable T a 150°, fuerza del resorte F_e horizontal hacia B, peso hacia abajo. Después, alargamiento del resorte y geometría.

Resolución.

1. $\sum F_y = 0$: $T\sin 30^\circ - 78.48 = 0 \Rightarrow T = 156.96\,[\mathrm{N}]$.
2. $\sum F_x = 0$: $F_e - T\cos 30^\circ = 0 \Rightarrow F_e = 135.93\,[\mathrm{N}]$.
3. $\delta = F_e/k = 0.4531\,[\mathrm{m}]$, así que $AB = 0.40 + 0.4531 = 0.8531\,[\mathrm{m}]$.
4. Proyección horizontal de AC: $2 - 0.8531 = 1.1469\,[\mathrm{m}]$; $L_{AC} = \dfrac{1.1469}{\cos 30^\circ}$.

Resultado. $L_{AC} = 1.32\,[\mathrm{m}]$ (su proyección horizontal es de $1.15\,[\mathrm{m}]$).

Ejercicio 2.5.7 · placa circular colgada de tres cables

Adaptado de: 1er final 2014-2 (matutino), problema 1

Una placa circular homogénea y horizontal, con centro en el origen O, cuelga de tres cables de igual longitud que salen de los puntos A, B y C de su borde y se unen en un soporte D situado sobre O. Cada cable forma 30° con la vertical. Vistos desde arriba, OA forma 60° con el eje x (del lado de y negativa), OB forma 30° con el eje y (entre los ejes x y y positivos) y OC forma 60° con el eje y (del lado de x negativa). Si la tensión del cable AD es de $288\,[\mathrm{N}]$, determine las tensiones de los cables BD y CD y el peso de la placa.

CUADERNO DE ESTUDIO INTENSIVO

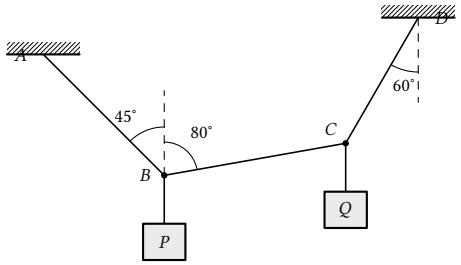
Curso de Emergencia

Estática

Teoría breve, procedimientos y ejercicios de examen resueltos

Fritanga Collective

Versión 0.3.1 · 2026 · CC BY-NC-SA 4.0



Datos. $W_P = 80\,[\mathrm{N}]$; direcciones medidas desde el eje x horizontal a la derecha: BA a 135°, BC a 10°, CB a 190°, CD a 30°.

Planteamiento. Primero el nudo B (dos incógnitas: T_{AB} y T_{BC}); después el nudo C (incógnitas T_{CD} y W_Q). En cada nudo actúan tres fuerzas: teorema de Lami.

Resolución.

1. Nudo B. Ángulos entre fuerzas: BA–peso, 135°; BC–peso, 100°; BA–BC, 125°.

$$\frac{T_{BC}}{\sin 135^\circ} = \frac{T_{AB}}{\sin 100^\circ} = \frac{80}{\sin 125^\circ} \Rightarrow T_{BC} = 69.06\,[\mathrm{N}], \quad T_{AB} = 96.18\,[\mathrm{N}].$$

2. Nudo C. Ángulos: CB–CD, 160°; CD–peso, 120°; CB–peso, 80°.

$$\frac{W_Q}{\sin 160^\circ} = \frac{T_{CD}}{\sin 80^\circ} = \frac{T_{BC}}{\sin 120^\circ} \Rightarrow W_Q = 69.06\,\frac{0.3420}{0.8660} = 27.27\,[\mathrm{N}],$$

$$T_{CD} = 69.06\,\frac{\sin 80^\circ}{\sin 120^\circ} = 78.53\,[\mathrm{N}].$$

Resultado. $T_{BC} = 69.1\,[\mathrm{N}]$; $W_Q = 27.3\,[\mathrm{N}]$.

Ejercicio 2.5.5 · ángulos para que el nudo no se mueva

Adaptado de: 1er final 2018-1 (matutino), problema 1

Tres niños, A, B y C, jalan de tres cuerdas atadas a un mismo nudo, en un plano horizontal. C jala con 120 [N] hacia abajo y a la izquierda, a 45° de la horizontal; B jala con 90 [N] formando un ángulo α sobre la horizontal derecha, y A jala con 80 [N] formando un ángulo β con la misma horizontal derecha ($\beta > \alpha$). ¿Cuáles deben ser α y β para que el nudo permanezca en su lugar?

Presentación y cómo usar este cuaderno

↑ Volver al índice

Este cuaderno está pensado para quien tiene que aprobar **Estática** en poco tiempo: en un examen extraordinario, en un final o después de varias semanas sin estudiar la materia.

Sigue el orden de los temas del programa de la asignatura:

1. Fundamentos de la mecánica clásica newtoniana.
2. Conceptos básicos de la estática.
3. Sistemas equivalentes de fuerzas.
4. Primeros momentos, centros de gravedad, centros de masa y centroides.
5. Estudio del equilibrio de los cuerpos.
6. Fricción.

Cada unidad se enseña igual que en clase: objetivo, conceptos, ejemplo resuelto y ejercicios. La diferencia es que todo está recortado a lo que se pregunta en los exámenes.

Objetivo de la asignatura (programa). El alumno conocerá y comprenderá los elementos y principios fundamentales de la mecánica clásica newtoniana; analizará y resolverá ejercicios de equilibrio isostático.

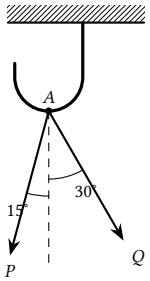
De dónde salen los ejercicios.

- Se revisaron los **25 exámenes finales de la asignatura aplicados de 2006-2 a 2018-2** (39 versiones, contando por separado los turnos matutino y vespertino y las versiones A, B y C del mismo día), con 118 problemas distintos.
- El cuaderno trae 7 ejemplos resueltos, 40 ejercicios de examen resueltos y 35 propuestos con su resolución completa, elegidos de los exámenes de 2011-1 en adelante (solo un problema de unidades viene de 2006-2, porque es el único de su tipo). Cada uno indica el examen del que se adaptó; las unidades de cada problema (SI o sistema inglés) son las del enunciado original.
- Las resoluciones son propias. Cuando el valor obtenido no coincide con el de una resolución publicada, la diferencia se anota en el Apéndice C (Fe de erratas).
- Las figuras se redibujaron a partir de los datos de cada enunciado.

Cómo usar este cuaderno

Cada unidad tiene la misma estructura:

1. Un recuadro de **Instrucciones de emergencia**: cuánto sale en el examen, cuánto tiempo dedicarle y la ruta corta.
2. **Conceptos y expresiones**, en tono de libro.
3. **Cómo reconocer el problema**: una tabla que lleva del enunciado al procedimiento.
4. **Procedimientos**, paso a paso.
5. **Ejemplo resuelto**.
6. **Ejercicios de examen resueltos**.



Datos. $P = 67\,[\mathrm{N}]$, $Q = 111\,[\mathrm{N}]$; ángulo entre las fuerzas: $15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$.

Planteamiento. Triángulo de fuerzas: el ángulo interior opuesto a R es $\eta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$. Se comprueba con componentes (x a la derecha, y hacia arriba).

Resolución.

1. $R = \sqrt{67^2 + 111^2 - 2(67)(111)\cos 135^\circ} = \sqrt{27\,327.6} = 165.31\,[\mathrm{N}]$.
2. Ley de senos: $\sin\gamma = \dfrac{P\sin 135^\circ}{R} = \dfrac{67(0.7071)}{165.31} \Rightarrow \gamma = 16.65^\circ$, ángulo entre $\vec{R}$ y $\vec{Q}$.
3. $\vec{R}$ queda a $30^\circ - 16.65^\circ = 13.35^\circ$ a la derecha de la vertical, es decir, a 76.65° por debajo de la horizontal.
4. Comprobación por componentes:

$$R_x = -67\sin 15^\circ + 111\sin 30^\circ = 38.16\,[\mathrm{N}],$$

$$R_y = -67\cos 15^\circ - 111\cos 30^\circ = -160.85\,[\mathrm{N}],$$

y $\tan^{-1}(160.85/38.16) = 76.65^\circ$.

Resultado. $R = 165.3\,[\mathrm{N}]$, dirigida hacia abajo y a la derecha, a 76.65° de la horizontal (13.35° a la derecha de la vertical).

Ejercicio 2.5.2 · resultante de tres fuerzas en el espacio

Adaptado de: 1er final 2018-2 (vespertino), problema 1

Tres fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$ parten del origen y se dirigen, respectivamente, hacia los puntos $A(12,3,4)$, $B(-8,8,4)$ y $C(-8,-9,12)$, con coordenadas en pies. Sus magnitudes son $F_1 = 260\,[\mathrm{lb}]$, $F_2 = 360\,[\mathrm{lb}]$ y $F_3 = 170\,[\mathrm{lb}]$. Determine la resultante en forma vectorial.

Datos. $|OA| = \sqrt{144+9+16} = 13$; $|OB| = \sqrt{64+64+16} = 12$; $|OC| = \sqrt{64+81+144} = 17\,[\mathrm{ft}]$.

Planteamiento. $\vec{F}_i = F_i\,\hat{e}_i$ y $\vec{R} = \sum \vec{F}_i$ (sección 2.3.2).

Resolución.

Fuerza [lb]	F_x	F_y	F_z
$\vec{F}_1 = (260/13)(12,3,4)$	240	60	80
$\vec{F}_2 = (360/12)(-8,8,4)$	−240	240	120
$\vec{F}_3 = (170/17)(-8,-9,12)$	−80	−90	120
$\vec{R}$	−80	210	320

(CC BY-NC-SA 4.0): `https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es`

Puedes copiarla, distribuirla y adaptarla con fines no comerciales, siempre que cites al autor (luigisrs.me) y compartas las adaptaciones con la misma licencia.

Los enunciados de los exámenes se citan como fuente y pertenecen a sus autores. Las referencias completas están en el Apéndice D.

2.3 Procedimientos

Vector representativo y ángulo entre dos líneas

1. Identifica el punto de aplicación (A) y otro punto de la línea de acción (B), en el sentido de la fuerza.
2. Calcula $\overrightarrow{AB} = B - A$ y su módulo. Busca números «bonitos»: los exámenes usan ternas como $(2, 3, 6)$ de módulo 7, $(3, 4, 12)$ de módulo 13 o $(12, 3, 4)$ de módulo 13.
3. $\vec{F} = \dfrac{F}{|\overrightarrow{AB}|}\,\overrightarrow{AB}$.
4. Ángulo entre dos cables que salen de A: $\cos\theta = \hat{e}_{AB} \cdot \hat{e}_{AC}$.

Resultante de fuerzas concurrentes

1. Escribe cada fuerza en forma vectorial (2.3.1, o $F\cos\theta$ y $F\sin\theta$ en el plano).
2. Haz una tabla con columnas F_x, F_y, F_z y suma cada columna.
3. Magnitud: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$.
4. Dirección: en el plano, $\theta = \tan^{-1}(R_y/R_x)$ dibujando el cuadrante; en el espacio, los ángulos directores $\theta_i = \cos^{-1}(R_i/R)$.
5. Con dos fuerzas en el plano también sirve el triángulo: ley de cosenos para R y ley de senos para su dirección.

Equilibrio de la partícula en el plano

1. Elige el punto en equilibrio (nudo, anillo, centro del cuerpo) y dibuja su DCL con todas las fuerzas; el peso de lo que cuelga es la tensión de la cuerda vertical.
2. Si hay varios nudos, empieza por el que tenga solo dos incógnitas; la tensión de la cuerda que los une pasa al siguiente nudo con sentido contrario.
3. Con tres fuerzas, usa Lami (o la ley de senos en el triángulo de fuerzas). Con más, usa $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$.
4. Con resorte: obtén su fuerza del equilibrio y después $\delta = F/k$, $L = L_0 + \delta$.
5. Comprueba: todas las tensiones deben salir positivas.

Equilibrio de la partícula en el espacio

1. Escribe las coordenadas del punto de unión y de cada anclaje.
2. Escribe cada tensión como $T\,\hat{e}$ (2.3.1), con $\hat{e}$ dirigido del punto de unión hacia el anclaje; el peso es $-W\hat{k}$.
3. Tabla de componentes y $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum F_z = 0$: tres ecuaciones, tres incógnitas.
4. Resuelve primero la ecuación que tenga una sola incógnita; suele haber una.

2.4 Ejemplo resuelto

> **Ejemplo resuelto · cuerpo que pende de tres cuerdas**
>
> *Basado en: 1er final 2018-2 (matutino), problema 2.*
>
> El cuerpo Q cuelga del punto $D(0, 0, -12)$, unido por tres cuerdas a los puntos $A(0, -9, 0)$, $B(-16, 0, 0)$ y $C(3, 4, 0)$ del techo; las coordenadas están en metros. Si la tensión de la cuerda AD es de 400 [N], determine el peso de Q.

U.	Tema	Exámenes (de 25)	Problemas	Desde 2014-1 (de 13)
5	Equilibrio de cuerpos: reacciones en el plano y en el espacio	**24**	16	**13**
6	Fricción: deslizamiento, volcamiento, cuerpos conectados	**23**	23	12
3	Sistemas equivalentes: momentos, pares, fuerza-par, simplificación	22	27	10
4	Centroides, centros de masa y cargas distribuidas	22	28	11
2	Resultante de fuerzas concurrentes y equilibrio de la partícula	18	19	11
1	Gravitación universal y unidades	6	5	1

Observaciones.

- Las Unidades 3 a 6 salen en casi todos los exámenes. Desde 2014-1, el equilibrio de cuerpos (Unidad 5) está en todos.
- La Unidad 2 es la base de todo lo demás: el diagrama de cuerpo libre y la descomposición de una fuerza en componentes se usan en las Unidades 3, 5 y 6.
- La Unidad 1 solo aparece en 6 exámenes, el último en 2014-1. Basta con la gravitación universal y la conversión de unidades.
- **Los problemas se reciclan:** el mismo planteamiento se repite en distintos semestres con otros datos. Resolver exámenes anteriores es la mejor preparación.

0.3 Orden de estudio por puntos

1. **Unidad 2** (partícula): es corta y es la base del diagrama de cuerpo libre.
2. **Unidad 5** (reacciones): sale en todos los exámenes recientes. Antes, lee de la Unidad 3 el momento de una fuerza respecto a un punto.
3. **Unidad 4** (centroides y cargas distribuidas): una tabla y un procedimiento fijo.
4. **Unidad 6** (fricción): un procedimiento fijo con dos casos (subir y bajar, deslizar o volcar).
5. **Unidad 3** completa: pares, sistema fuerza-par y simplificación.
6. **Unidad 1**, mínima.

Si el tiempo no alcanza, se recorta en este orden:

1. la Unidad 1;
2. el eje central (motor) de la Unidad 3;
3. el centro de masa de láminas dobladas de la Unidad 4.

No conviene recortar:

- el equilibrio de la partícula en el espacio (tres cables);
- el momento de una fuerza respecto a un punto y a un eje;
- el centroide de áreas compuestas;
- las reacciones con carga distribuida;

Unidad 2 · Conceptos básicos de la estática: resultante de fuerzas concurrentes y equilibrio de la partícula

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno conocerá y comprenderá aspectos básicos del equilibrio.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 18 de los 25 exámenes finales de 2006-2 a 2018-2 (las versiones del mismo día cuentan como un examen) y en 11 de los 13 aplicados desde 2014-1. Casi siempre es el problema 1.
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas para esta unidad. Es la base del diagrama de cuerpo libre de las Unidades 5 y 6: estúdiala primero.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 2.1 (20 min), sobre todo el vector representativo.
  2. Sigue el ejemplo de la sección 2.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 2.5.4 (plano) y 2.5.7 (espacio) con cronómetro (20 min cada uno).

2.1 Conceptos y expresiones

Fuerza. Es la acción de un cuerpo sobre otro; se modela con un vector deslizante: magnitud, dirección, sentido y línea de acción (soporte). En una partícula, todas las fuerzas pasan por el mismo punto: son *concurrentes*. Las fuerzas se clasifican en de contacto y a distancia (como el peso), y en concentradas y distribuidas (Unidad 4); la clasificación casi no se evalúa.

Vector representativo. Si la línea de acción de una fuerza de magnitud F va del punto A al punto B, su vector es

$$\vec{F} = F\,\hat{e}_{AB}, \qquad \hat{e}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{(x_B-x_A)\,\hat{\imath} + (y_B-y_A)\,\hat{\jmath} + (z_B-z_A)\,\hat{k}}{\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}}.$$

El sentido importa: la tensión de un cable *jala* al cuerpo, así que sobre el punto A el cable AB ejerce una fuerza dirigida de A hacia B.

Componentes. En el plano, si $\vec{F}$ forma el ángulo θ con el eje x: $F_x = F\cos\theta$, $F_y = F\sin\theta$, $F = \sqrt{F_x^2+F_y^2}$, $\tan\theta = F_y/F_x$. En el espacio, los *cosenos directores* son

$$\cos\theta_x = \frac{F_x}{F}, \quad \cos\theta_y = \frac{F_y}{F}, \quad \cos\theta_z = \frac{F_z}{F}, \qquad \cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z = 1.$$

El ángulo entre dos fuerzas (o dos cables) sale del producto punto: $\cos\theta = \hat{e}_1 \cdot \hat{e}_2 = \dfrac{\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2}{F_1 F_2}$.

Resultante de fuerzas concurrentes. Es la suma vectorial

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \Big(\sum F_x\Big)\hat{\imath} + \Big(\sum F_y\Big)\hat{\jmath} + \Big(\sum F_z\Big)\hat{k}.$$

Unidad 1 · Fundamentos de la mecánica clásica newtoniana: gravitación universal y unidades

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno conocerá y comprenderá los aspectos básicos de la mecánica clásica newtoniana, así como las partes en que se divide, las leyes que las rigen y las aplicaciones de éstas.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 6 de los 25 exámenes finales de 2006-2 a 2018-2 (las versiones del mismo día cuentan como un examen) y solo en 1 de los 13 aplicados desde 2014-1. Cuando sale, es el problema 1.
- **Tiempo:** de 1 a 1.5 horas para esta unidad.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 1.1 (10 min).
  2. Sigue el ejemplo de la sección 1.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve el ejercicio 1.5.1 con cronómetro (15 min).

1.1 Conceptos y expresiones

La mecánica y sus partes. La mecánica clásica newtoniana estudia el reposo y el movimiento de los cuerpos bajo la acción de fuerzas, con velocidades pequeñas frente a la de la luz. Se divide en *estática* (cuerpos en equilibrio), *cinemática* (descripción del movimiento) y *dinámica* (relación entre fuerzas y movimiento). Sus modelos son la *partícula* (masa sin dimensiones), el *cuerpo rígido* (las distancias entre sus puntos no cambian) y el cuerpo deformable. El resumen histórico, los conceptos fundamentales (espacio, tiempo, masa, fuerza) y las transformaciones de Galileo forman parte del programa, pero casi no se evalúan.

Leyes de Newton.

1. *Inercia:* si la fuerza resultante sobre una partícula es nula, la partícula permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.
2. *Ley fundamental:* $\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$. El peso es $W = mg$.
3. *Acción y reacción:* las fuerzas entre dos cuerpos son de igual magnitud, colineales y de sentidos opuestos. En estática, esta ley permite separar los cuerpos y dibujar el diagrama de cuerpo libre de cada uno.

En estática se usa la primera ley: *equilibrio* significa $\sum \vec{F} = \vec{0}$ (y, en un cuerpo rígido, también $\sum \vec{M} = \vec{0}$; véanse las Unidades 2 y 5).

Gravitación universal. Dos partículas de masas m_1 y m_2 separadas una distancia r se atraen con una fuerza de magnitud

$$F = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad G = 6.67\times10^{-11}\ [\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}].$$

Una esfera homogénea atrae como si toda su masa estuviera en su centro, así que r se mide *entre centros*.

Resultado: a) $g_p = 2.18\,[\mathrm{m/s^2}]$; b) $W = 171.7\,[\mathrm{N}]$.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 106.

Ejercicio propuesto 1.6.2 · atracción entre la Tierra y Júpiter

Adaptado de: 1er final 2011-1 (versión A), problema 1

La masa de la Tierra es 5.98×10^{24} [kg] y la de Júpiter, 1.9×10^{27} [kg]. Si la distancia media entre sus centros es 628.7×10^6 [km], determine la magnitud de la fuerza de atracción entre ambos planetas ($G = 6.67 \times 10^{-11}\,[\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}]$).

Resultado: $F = 1.92 \times 10^{18}$ [N].

→ Resolución en el Apéndice E, p. 106.

Ejercicio propuesto 1.6.3 · verdadero o falso

Adaptado de: 1er final 2013-1 (vespertino), problema 1

Indique si cada aseveración es verdadera (V) o falsa (F).

a) La ley de la gravitación universal permite obtener el peso de un cuerpo si se conocen su masa, la constante de gravitación universal y su distancia al centro de la Tierra.
b) El centro de gravedad, el centro de masa y el centroide de un cuerpo siempre coinciden.
c) El teorema de Varignon afirma que el momento de una fuerza respecto al origen es igual a la suma de los momentos de esa fuerza respecto a los ejes cartesianos.
d) Cualquier sistema de fuerzas puede sustituirse por una fuerza y un par colineales.
e) El momento de un par de fuerzas es paralelo a la línea de acción de una de las fuerzas del par.

Resultado: a) V; b) F; c) F; d) F; e) F.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 106.

1.7 Errores frecuentes

1. **Altura en lugar de distancia al centro.** En $F = Gm_1m_2/r^2$, r es la distancia entre centros: $r = R + h$, no h.
2. **Kilómetros en la fórmula con G.** Con G en el SI, las distancias van en metros. En cocientes como $W_h/W = (R/(R+h))^2$ se puede trabajar en kilómetros.
3. **Despeje invertido de la altura.** De $(R/(R+h))^2 = p$ sale $h = R(1/\sqrt{p} - 1)$, no $R(1 - \sqrt{p})$.
4. **Resultados con unidades que no son.** Si W no es dato, la diferencia de peso es una fracción de W, no una fuerza en newtons.
5. **Coeficientes «sin unidades».** El coeficiente de una fórmula empírica tiene unidades: al cambiar de sistema cambia su valor.

1.8 Formulario de emergencia de la unidad

- $F = G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$, $G = 6.67 \times 10^{-11}\,[\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}]$; r entre centros.
- $g = \dfrac{GM}{R^2}$; $GM = gR^2$; $W_h = W\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2$; $h = R\left(\sqrt{W/W_h} - 1\right)$.

1.3 Procedimientos

Fuerza de atracción y punto de equilibrio entre dos astros

1. Pasa todas las distancias a metros (km $\times 10^3$; UA $\times 1.496 \times 10^{11}$).
2. Fuerza entre dos astros: $F = Gm_1m_2/r^2$, con r entre centros.
3. Punto de equilibrio de una masa m entre dos astros separados d: iguala $Gm_1m/x^2 = Gm_2m/(d-x)^2$; la masa m y G se cancelan:

$$\frac{d-x}{x} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{d}{1 + \sqrt{m_2/m_1}}.$$

Peso a una altura y en otro planeta

1. Escribe el peso en la superficie, $W = GMm/R^2$, y a la altura h, $W_h = GMm/(R+h)^2$.
2. Divide una entre otra: $W_h/W = (R/(R+h))^2$. Ya no hacen falta G ni M.
3. Si piden la altura: $h = R\left(\sqrt{W/W_h} - 1\right)$.
4. Otro planeta: $g_p = (a/b^2)\,g_T$; a una altura h sobre él, usa $R_p = bR_T$ en el paso 2.

Cambio de unidades de una fórmula empírica

1. Escribe la fórmula con un coeficiente k y obtén las unidades de k por homogeneidad.
2. Sustituye cada variable en unidades viejas por su equivalente en unidades nuevas ($D_{ft} = D_m/0.3048$, etc.).
3. Agrupa los factores numéricos: ese producto es el nuevo coeficiente.
4. Comprueba con un valor numérico cualquiera que ambas fórmulas dan el mismo resultado.

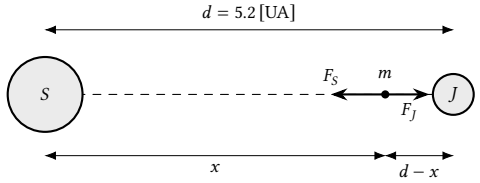
1.4 Ejemplo resuelto

Ejemplo resuelto · punto de equilibrio entre el Sol y Júpiter

Basado en: 1er final 2012-2 (matutino), problema 1.

Se ignoran los demás planetas. La distancia media entre Júpiter y el Sol es $d = 5.2\,[\mathrm{UA}]$, con $1\,[\mathrm{UA}] = 14.96 \times 10^7$ [km]; las masas son $m_J = 1.899 \times 10^{27}$ [kg] y $m_S = 1.989 \times 10^{30}$ [kg]. Determine:

a) la posición, entre Júpiter y el Sol, en la que un cuerpo puntual de masa m queda en equilibrio;
b) la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter, si su diámetro medio es 182 984 [km] y $G = 6.67 \times 10^{-11}\,[\mathrm{m^3/(kg \cdot s^2)}]$.



Datos. $d = 5.2(14.96 \times 10^7) = 7.779 \times 10^8$ [km]; $R_J = 91\,492$ [km].

Índice

Presentación y cómo usar este cuaderno 3

Unidad 0 · Antes de empezar: qué viene en el examen 6

Unidad 1 · Fundamentos de la mecánica clásica newtoniana: gravitación universal y unidades 9

Unidad 2 · Conceptos básicos de la estática: resultante de fuerzas concurrentes y equilibrio de la partícula 16

Unidad 3 · Sistemas equivalentes de fuerzas: momentos, pares y reducción 30

Unidad 4 · Primeros momentos, centros de gravedad, centros de masa y centroides 47

Unidad 5 · Estudio del equilibrio de los cuerpos: reacciones en el plano y en el espacio 62

Unidad 6 · Fricción: deslizamiento, volcamiento y cuerpos conectados 80

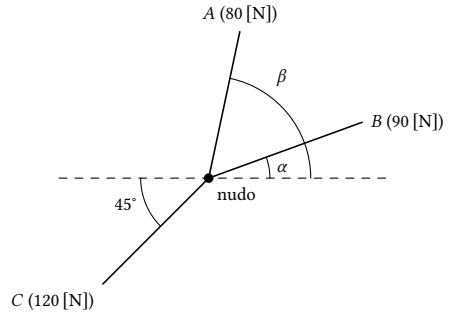
Apéndice A · Formulario 94

Apéndice B · Exámenes completos 98

Apéndice C · Fe de erratas 101

Apéndice D · Fuentes 104

Apéndice E · Resoluciones de los ejercicios propuestos 106



Datos. $F_C = 120\,[\mathrm{N}]$ a 225°; $F_B = 90\,[\mathrm{N}]$ a α; $F_A = 80\,[\mathrm{N}]$ a β.

Planteamiento. $\vec{F}_A + \vec{F}_B = -\vec{F}_C$: la suma de A y B debe ser una fuerza de $120\,[\mathrm{N}]$ a 45°. Se forma el triángulo de lados 90, 80 y 120; θ_1 es el ángulo entre $\vec{F}_B$ y esa suma, y θ_2 el ángulo entre $\vec{F}_A$ y la suma.

Resolución.

1. Ley de cosenos: $80^2 = 120^2 + 90^2 - 2(120)(90)\cos\theta_1 \Rightarrow \cos\theta_1 = 0.7454$, $\theta_1 = 41.81^\circ$.
2. Ley de senos: $\sin\theta_2 = \dfrac{90\sin 41.81^\circ}{80} = 0.7500 \Rightarrow \theta_2 = 48.59^\circ$.
3. $\alpha = 45^\circ - \theta_1 = 3.19^\circ$ y $\beta = 45^\circ + \theta_2 = 93.59^\circ$.
4. Comprobación: $80(\cos 93.59^\circ, \sin 93.59^\circ) + 90(\cos 3.19^\circ, \sin 3.19^\circ) = (84.85, 84.85)$, que es $120(\cos 45^\circ, \sin 45^\circ)$.

Resultado. $\alpha = 3.2^\circ$ y $\beta = 93.6^\circ$ (la cuerda de A queda casi vertical). La solución simétrica respecto a la recta de 45° intercambia las posiciones de las dos cuerdas; la figura, con B por debajo de A, la descarta.

Ejercicio 2.5.6 · lámpara sostenida por un cable y un resorte

Adaptado de: 1er final 2015-1 (vespertino), problema 1

Una lámpara de 8 [kg] cuelga del anillo A. Del anillo salen un cable AC, que sube hacia la pared izquierda formando 30° con la horizontal, y un resorte horizontal AB, unido a la pared derecha. Las paredes están separadas 2 [m]. El resorte tiene longitud no deformada 0.40 [m] y rigidez $k = 300\,[\mathrm{N/m}]$. Determine la longitud que debe tener el cable AC.

7. **Ejercicios propuestos**, solo con el resultado. Las resoluciones completas están en el Apéndice E; cada propuesto tiene un enlace a su resolución y cada resolución uno de regreso.
8. **Errores frecuentes**, **formulario de la unidad** y **procedimiento recomendado en el examen**.

Notación. Se sigue la de las resoluciones publicadas de los exámenes: las unidades van entre corchetes ($F = 200\,[\mathrm{N}]$, $M = 35\,[\mathrm{N\cdot m}]$); los vectores unitarios cartesianos son $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, $\hat{k}$; una fuerza se escribe como su magnitud por un vector unitario, $\vec{F} = F\,\hat{e}$, y el momento de una fuerza respecto a un punto O es $\vec{M}_O = \vec{r}\times\vec{F}$.

Ruta de 5 semanas (unas 10 horas por semana).

- **Cada día:** dos bloques de 60 a 90 minutos, de dos unidades distintas, y 15 minutos de cierre. En el cierre se anotan los errores del día y se elige el primer ejercicio del día siguiente.
- **Cada sábado:** un examen completo de 2 horas (Apéndice B), cronometrado y sin consultar, y su revisión con las resoluciones.

Semana	Unidades
1	2 (partícula) y, de la 3, el momento de una fuerza respecto a un punto y a un eje
2	5 (reacciones) y, de la 4, las cargas distribuidas
3	4 (centroides) y 6 (fricción)
4	3 completa (pares, fuerza-par, simplificación), 1 y repaso de errores
5	Exámenes completos y Apéndice A de memoria

El orden va de lo que más puntos da a lo que menos (véase la Unidad 0); el libro, en cambio, sigue el orden del programa.

Ruta de 2 semanas.

- Unidades 2, 5, 4 y 6, con sus ejercicios de examen resueltos.
- De la Unidad 3, solo el momento respecto a un punto y a un eje.
- Un examen completo cada 3 días.
- El formulario del Apéndice A, todos los días.

Regla de emergencia. Nunca dos días seguidos sin estudiar. Un día mínimo (30 minutos y un ejercicio) cuenta como día cumplido.

Licencia

© 2026 luigisrs.me. Publicado por Fritanga Collective. Esta obra está bajo una licencia **Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional**

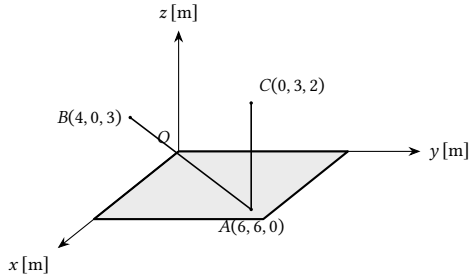
Magnitud: $R = \sqrt{80^2 + 210^2 + 320^2} = 391.0\,[\mathrm{lb}]$; ángulos directores $\theta_x = 101.8^\circ$, $\theta_y = 57.5^\circ$, $\theta_z = 35.1^\circ$.

Resultado. $\vec{R} = -80\hat{\imath} + 210\hat{\jmath} + 320\hat{k}\,[\mathrm{lb}]$, con $R = 391.0\,[\mathrm{lb}]$.

Ejercicio 2.5.3 · ángulo entre dos cables y su resultante

Adaptado de: 1er final 2015-2 (matutino), problema 1

Dos cables sujetan la esquina $A(6, 6, 0)$ de una placa horizontal: el cable AB llega a $B(4, 0, 3)$ y el cable AC a $C(0, 3, 2)$ (coordenadas en metros). Las tensiones son $T_{AB} = 210\,[\mathrm{N}]$ y $T_{AC} = 140\,[\mathrm{N}]$. Determine el ángulo entre los cables y el vector de la resultante de las dos tensiones sobre el punto A.



Datos. $\overrightarrow{AB} = (-2, -6, 3)$, módulo 7; $\overrightarrow{AC} = (-6, -3, 2)$, módulo 7.

Planteamiento. Las tensiones jalan al punto A hacia B y hacia C. Ángulo con el producto punto de los unitarios; resultante como suma.

Resolución.

1. $\cos\theta = \hat{e}_{AB}\cdot\hat{e}_{AC} = \dfrac{(-2)(-6)+(-6)(-3)+(3)(2)}{7\cdot 7} = \dfrac{36}{49} \Rightarrow \theta = 42.72^\circ$.
2. $\vec{T}_{AB} = 30(-2,-6,3) = -60\hat{\imath}-180\hat{\jmath}+90\hat{k}\,[\mathrm{N}]$; $\vec{T}_{AC} = 20(-6,-3,2) = -120\hat{\imath}-60\hat{\jmath}+40\hat{k}\,[\mathrm{N}]$.
3. $\vec{R} = -180\hat{\imath} - 240\hat{\jmath} + 130\hat{k}\,[\mathrm{N}]$; $R = \sqrt{180^2 + 240^2 + 130^2} = 326.96\,[\mathrm{N}]$.

Resultado. $\theta = 42.72^\circ$; $\vec{R} = -180\hat{\imath} - 240\hat{\jmath} + 130\hat{k}\,[\mathrm{N}]$ ($R = 327.0\,[\mathrm{N}]$).

Ejercicio 2.5.4 · dos nudos en cadena

Adaptado de: 1er final 2018-1 (vespertino), problema 1

El cuerpo P, de 80 [N], cuelga del nudo B; el cuerpo Q cuelga del nudo C. La cuerda AB va del nudo B a un techo y forma 45° con la vertical; la cuerda BC forma 80° con la vertical (sube 10° sobre la horizontal hacia C), y la cuerda CD va de C a otro techo formando 60° con la vertical. Determine la tensión de la cuerda BC y el peso de Q.

Unidad 0 · Antes de empezar: qué viene en el examen

↑ Volver al índice

> **Instrucciones de emergencia**
> - **Tiempo:** 20 minutos. Léela completa antes de cualquier otra unidad.
> - **Para qué:** decidir dónde invertir el tiempo. No todos los temas valen lo mismo.

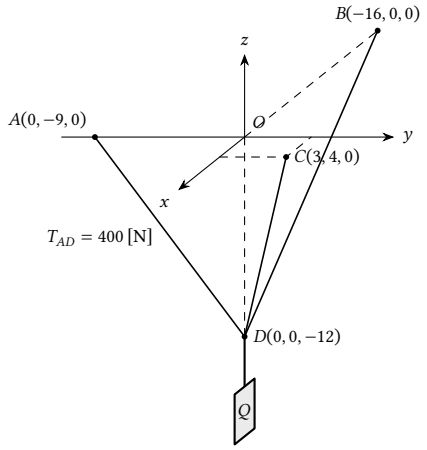
0.1 Cómo es el examen

Según los exámenes finales de 2006-2 a 2018-2:

- **Problemas y duración:** 5 problemas en 2.5 horas hasta 2012-2; 5 problemas en 2 horas de 2013-1 a 2015-2; desde 2016-2, 4 problemas en 2 horas. Cada problema vale lo mismo, salvo que el enunciado indique otra cosa.
- **Plantilla típica:** 1, partícula (Unidad 2) o gravitación (Unidad 1); 2, momentos o sistemas equivalentes (Unidad 3); 3, centroide (Unidad 4); 4, reacciones, a menudo con carga distribuida (Unidad 5); 5, fricción (Unidad 6). Desde 2016-2 el orden cambia, pero los cuatro problemas siguen saliendo de las Unidades 2 a 6.
- **Calificación:** las instrucciones de los exámenes recientes dicen que se califica la claridad del planteamiento y no solo el resultado. Un diagrama de cuerpo libre correcto y las ecuaciones de equilibrio bien escritas valen puntos aunque la aritmética falle.
- **Material:** en los enunciados no se indica si se permite formulario. Conviene confirmarlo con anticipación y, en cualquier caso, saber de memoria el Apéndice A.
- **Unidades:** hay problemas en el SI (N, m, kg) y en el sistema inglés (lb, ft, in). Se trabaja en las unidades del enunciado; no hace falta convertir.
- **Resoluciones publicadas:** escriben las unidades entre corchetes, los vectores con $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, $\hat{k}$, y las ecuaciones de equilibrio como $\sum F_x = 0$, $\sum M_A = 0$. Conviene escribir igual.

0.2 Qué tan seguido sale cada tema

Frecuencia en los 25 exámenes finales de 2006-2 a 2018-2. Las versiones del mismo día (turnos matutino y vespertino, versiones A, B y C) cuentan como un solo examen, porque son el mismo problema con otros datos. Un problema que combina dos temas (por ejemplo, carga distribuida y reacciones) cuenta en las dos unidades en la columna «Exámenes» y solo en la de su tema principal en «Problemas».



Datos. $T_{AD} = 400$ [N]; $D(0, 0, -12)$, $A(0, -9, 0)$, $B(-16, 0, 0)$, $C(3, 4, 0)$ [m].
Planteamiento. Partícula D en el espacio. Vectores de D hacia cada anclaje: $\overrightarrow{DA} = (0, -9, 12)$, de módulo 15; $\overrightarrow{DB} = (-16, 0, 12)$, de módulo 20; $\overrightarrow{DC} = (3, 4, 12)$, de módulo 13. El peso es $-W\hat{k}$.
Resolución.
1. Tensiones en forma vectorial:

$$\vec{T}_{AD} = \tfrac{400}{15}(0, -9, 12) = -240\hat{\jmath} + 320\hat{k}\ \text{[N]},$$

$$\vec{T}_{BD} = \tfrac{T_{BD}}{5}(-4, 0, 3), \qquad \vec{T}_{CD} = \tfrac{T_{CD}}{13}(3, 4, 12).$$

2. $\sum F_y = 0$: $-240 + \dfrac{4}{13}T_{CD} = 0 \Rightarrow T_{CD} = 780$ [N].
3. $\sum F_x = 0$: $-\dfrac{4}{5}T_{BD} + \dfrac{3}{13}(780) = 0 \Rightarrow T_{BD} = 225$ [N].
4. $\sum F_z = 0$: $320 + \dfrac{3}{5}(225) + \dfrac{12}{13}(780) - W = 0 \Rightarrow W = 320 + 135 + 720$.

Resultado. $W = 1175$ [N] (con $T_{BD} = 225$ [N] y $T_{CD} = 780$ [N]).

2.5 Ejercicios de examen resueltos

Ejercicio 2.5.1 · resultante de dos fuerzas sobre un gancho

Adaptado de: 1er final 2018-2 (matutino), problema 1

Sobre el punto A de un gancho actúan dos fuerzas: $P = 67$ [N], inclinada 15° a la izquierda de la vertical hacia abajo, y $Q = 111$ [N], inclinada 30° a la derecha de la misma vertical. Determine la magnitud y la dirección de la resultante.

- la fricción con movimiento inminente.

0.4 En el examen (120 minutos)

1. Lee todo el examen (5 minutos) y reparte el tiempo: unos 22 minutos por problema si son cinco y unos 28 si son cuatro.
2. Empieza por el problema que reconozcas mejor; normalmente el centroide o la partícula.
3. En cada problema: sistema de referencia, diagrama de cuerpo libre y ecuaciones generales **antes** de sustituir números.
4. Cada inciso se califica por separado. Plantea la ecuación y sustituye aunque el inciso anterior no haya salido.
5. Reserva 10 minutos al final para revisar unidades, signos y que cada resultado tenga su unidad entre corchetes.

0.5 Formulario de emergencia

El formulario completo de todas las unidades está en el **Apéndice A**. Conviene escribirlo de memoria, desde cero, unos minutos cada día. El Apéndice B trae la lista de lo que vino en cada examen y tres exámenes completos para usar como simulacro.

Con solo dos fuerzas en el plano conviene el triángulo de fuerzas: si η es el ángulo *interior* del triángulo (el suplemento del ángulo entre las fuerzas),

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\eta, \qquad \frac{P}{\sin\gamma} = \frac{Q}{\sin\phi} = \frac{R}{\sin\eta}.$$

Equilibrio de la partícula. Una partícula está en equilibrio si la resultante de las fuerzas que actúan sobre ella es nula:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \Longleftrightarrow \quad \sum F_x = 0,\ \ \sum F_y = 0 \ \ (\text{y } \sum F_z = 0 \text{ en el espacio}).$$

En el plano hay dos ecuaciones (dos incógnitas como máximo); en el espacio, tres. Las ecuaciones se plantean sobre el *diagrama de cuerpo libre* (DCL): la partícula aislada con *todas* las fuerzas que actúan sobre ella.

Teorema de Lami. Si sobre una partícula en equilibrio actúan tres fuerzas, cada una es proporcional al seno del ángulo formado por las otras dos:

$$\frac{F_1}{\sin\alpha_1} = \frac{F_2}{\sin\alpha_2} = \frac{F_3}{\sin\alpha_3},$$

donde α_i es el ángulo entre las dos fuerzas distintas de F_i. Equivale a la ley de senos en el triángulo de fuerzas, que se cierra porque la resultante es nula.

Elementos que aparecen en los enunciados.

- *Cuerda o cable* ideal: solo trabaja a tensión, a lo largo de su eje.
- *Polea* ideal (sin fricción): la tensión es la misma a ambos lados.
- *Resorte* lineal: $F = k\,\delta = k\,(L - L_0)$, con L_0 la longitud no deformada.
- *Peso:* $W = mg$, vertical hacia abajo; con $g = 9.81\ [\mathrm{m/s^2}]$, 1 [kg] pesa 9.81 [N].

2.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Sección
«la línea de acción pasa por los puntos…», coordenadas de dos puntos	vector representativo	2.3.1
«determine la resultante», «magnitud y dirección»	resultante de concurrentes	2.3.2
dos fuerzas en el plano con sus ángulos	triángulo de fuerzas (cosenos y senos)	2.3.2
«ángulo formado entre los cables»	producto punto	2.3.1
cuerpo que cuelga de dos cuerdas, nudo, anillo	equilibrio en el plano	2.3.3
dos nudos unidos por una cuerda	equilibrio de cada nudo, en cadena	2.3.3
«resorte», «longitud no deformada», k	equilibrio más $F = k\delta$	2.3.3
«cuelga de tres cables», coordenadas de los anclajes	equilibrio en el espacio	2.3.4

Peso y aceleración de la gravedad. Sobre la superficie de un planeta de masa M y radio R:

$$W = G\,\frac{Mm}{R^2} = mg \quad\Longrightarrow\quad g = \frac{GM}{R^2}, \qquad GM = gR^2.$$

A una altura h sobre la superficie, el peso disminuye con el cuadrado de la distancia al centro:

$$W_h = W\left(\frac{R}{R+h}\right)^2, \qquad g_h = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2.$$

La igualdad $GM = gR^2$ permite resolver casi todos los problemas sin conocer G ni M. Para otro planeta con $M_p = a\,M_T$ y $R_p = b\,R_T$ se cumple $g_p = \dfrac{a}{b^2}\,g_T$.

Los enunciados llaman a veces *peso aparente* al peso a cierta altura. La masa no cambia; el peso sí.

Sistemas de unidades. En el SI, las unidades base de la mecánica son el metro, el kilogramo y el segundo; la fuerza es derivada: $1\,[\mathrm{N}] = 1\,[\mathrm{kg\cdot m/s^2}]$. En el sistema inglés gravitacional la fuerza es base: libra [lb], pie [ft] y segundo [s]; la masa es derivada (slug). El kilogramo fuerza es el peso de 1 kg al nivel del mar: $1\,[\mathrm{kgf}] = 9.81\,[\mathrm{N}]$.

Unidad	Equivalencia
1 [ft]	0.3048 [m]
1 [in]	2.54 [cm]
1 [lb]	4.448 [N]
1 [kgf]	9.81 [N]
1 [UA] (unidad astronómica)	1.496×10^{8} [km]

Homogeneidad dimensional. Toda ecuación física correcta tiene las mismas dimensiones en cada término. Si una fórmula empírica tiene un coeficiente numérico, ese coeficiente *tiene unidades* y, al cambiar de sistema de unidades, cambia su valor.

1.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Sección
masas de dos astros y la distancia entre ellos	fuerza de atracción, $F = Gm_1m_2/r^2$	1.3.1
«punto entre dos astros en equilibrio»	igualar dos atracciones	1.3.1
«a qué altura», «peso aparente», «el peso disminuye un p por ciento»	peso a una altura	1.3.2
otro planeta con «a veces la masa» y «b veces el radio»	$g_p = (a/b^2)\,g_T$	1.3.2
«deduzca una expresión en otras unidades»	homogeneidad dimensional	1.3.3
«verdadero o falso»	conceptos de varias unidades	1.1

- Otro planeta: $g_p = \dfrac{a}{b^2}\,g_T$ si $M_p = aM_T$ y $R_p = bR_T$.
- Equilibrio entre dos astros: $x = \dfrac{d}{1+\sqrt{m_2/m_1}}$ (distancia al astro 1).
- Tierra: $R_T = 6370\,[\mathrm{km}]$, $g = 9.81\,[\mathrm{m/s^2}]$, $M_T = 5.98\times10^{24}\,[\mathrm{kg}]$.
- $1\,[\mathrm{ft}] = 0.3048\,[\mathrm{m}]$, $1\,[\mathrm{lb}] = 4.448\,[\mathrm{N}]$, $1\,[\mathrm{kgf}] = 9.81\,[\mathrm{N}]$, $1\,[\mathrm{UA}] = 1.496\times10^{8}\,[\mathrm{km}]$.

1.9 Procedimiento recomendado en el examen

1. Escribe la ley de la gravitación con símbolos antes de sustituir.
2. Plantea el cociente entre las dos situaciones para cancelar G y M.
3. Cuida que todas las distancias estén en la misma unidad y medidas desde el centro.
4. Comprueba el orden de magnitud: a pocos kilómetros de altura el peso cambia muy poco.

Planteamiento. En el punto buscado, la atracción del Sol y la de Júpiter tienen igual magnitud y sentidos opuestos. Si x es la distancia al Sol: $G\dfrac{m_S m}{x^2} = G\dfrac{m_J m}{(d-x)^2}$.

Resolución.

1. a) $\dfrac{d-x}{x} = \sqrt{\dfrac{m_J}{m_S}} = \sqrt{\dfrac{1.899\times10^{27}}{1.989\times10^{30}}} = 0.03090$.
2. $x = \dfrac{d}{1.03090} = 7.546\times10^{8}\,[\text{km}]$ del Sol, es decir, $d - x = 2.332\times10^{7}\,[\text{km}]$ de Júpiter.
3. b) $g_J = \dfrac{Gm_J}{R_J^2} = \dfrac{(6.67\times10^{-11})(1.899\times10^{27})}{(9.1492\times10^{7})^2} = 15.13\,[\text{m/s}^2]$.

Resultado. a) A 2.33×10^{7} [km] del centro de Júpiter, sobre la recta que une los dos astros; b) $g_J = 15.13\,[\text{m/s}^2]$, unas 1.5 veces la terrestre.

1.5 Ejercicios de examen resueltos

Ejercicio 1.5.1 · altura para un peso dado

Adaptado de: 2º final 2012-1, problema 1

En la superficie terrestre un cuerpo B pesa 981 [kgf]. ¿A qué altura sobre la Tierra debe estar para que la fuerza con que la Tierra lo atrae sea de 600 [kgf]? El radio medio de la Tierra es 6370 [km].

Datos. $W = 981\,[\text{kgf}]$, $W_h = 600\,[\text{kgf}]$, $R = 6370\,[\text{km}]$.

Planteamiento. $W = G\dfrac{Mm}{R^2}$ y $W_h = G\dfrac{Mm}{(R+h)^2}$; al dividir, $\dfrac{W}{W_h} = \left(\dfrac{R+h}{R}\right)^2$.

Resolución. $h = R\left(\sqrt{\dfrac{W}{W_h}} - 1\right) = 6370\left(\sqrt{\dfrac{981}{600}} - 1\right) = 6370(0.27867)$.

Resultado. $h = 1775.1\,[\text{km}]$. Las unidades de fuerza (kgf) se cancelan: no hace falta pasarlas a newtons.

Ejercicio 1.5.2 · peso en lo alto de un edificio

Adaptado de: 1er final 2012-2 (vespertino), problema 1

Un cuerpo pesa W al nivel del mar. Con $R = 6370\,[\text{km}]$ para el radio terrestre, determine:

a) la diferencia de su peso si se encuentra en lo alto de un edificio de 800 [m] de altura;
b) a qué altura debe estar para que su peso disminuya un 1 por ciento.

Datos. $R = 6\,370\,000\,[\text{m}]$; a) $h = 800\,[\text{m}]$; b) $W_h = 0.99\,W$.

Planteamiento. $W_h = W\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2$ (sección 1.3.2). Como W no es dato, la diferencia se expresa como fracción de W.

Resolución.

1. a) $\dfrac{W_h}{W} = \left(\dfrac{6\,370\,000}{6\,370\,800}\right)^2 = 0.999\,749$, así que $\Delta W = W_h - W = -2.51\times10^{-4}\,W$.

2. b) $\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2 = 0.99 \Rightarrow R + h = \dfrac{R}{\sqrt{0.99}}$, de donde $h = R\left(\dfrac{1}{\sqrt{0.99}} - 1\right) = 6370(0.005038)$.

Resultado. a) $\Delta W = -2.51\times10^{-4}\,W$: el peso disminuye un 0.025 por ciento; b) $h = 32.09\,[\text{km}]$.

Ejercicio 1.5.3 · fórmula de gasto en otras unidades

Adaptado de: 1er final 2006-2, problema 1

El gasto de descarga de cierta válvula se calcula con la fórmula empírica

$$Q = 5.354\,D^2\sqrt{H},$$

donde Q está en pies cúbicos por segundo [ft^3/s] cuando el diámetro D y la carga H están en pies [ft]. Deduzca la fórmula equivalente para calcular Q en [m^3/s] con D y H en metros. (Es anterior a 2011; se incluye porque es el único problema de homogeneidad dimensional.)

Datos. $1\,[\text{ft}] = 0.3048\,[\text{m}]$.

Planteamiento. Por homogeneidad, las unidades del coeficiente son $\dfrac{\text{ft}^3/\text{s}}{\text{ft}^2\cdot\text{ft}^{1/2}} = \text{ft}^{1/2}/\text{s}$: el coeficiente cambia al pasar al SI. Se busca $Q_m = k\,D_m^2\sqrt{H_m}$.

Resolución.

1. $Q_m = (0.3048)^3\,Q_{ft}$, $D_{ft} = D_m/0.3048$, $H_{ft} = H_m/0.3048$.
2. Al sustituir:

$$Q_m = (0.3048)^3(5.354)\frac{D_m^2}{(0.3048)^2}\sqrt{\frac{H_m}{0.3048}} = 5.354\sqrt{0.3048}\;D_m^2\sqrt{H_m}.$$

3. $k = 5.354(0.55209) = 2.956$.
4. Comprobación: con $D = H = 1\,[\text{m}] = 3.2808\,[\text{ft}]$, la fórmula original da

$$5.354(3.2808)^2\sqrt{3.2808} = 104.4\,[\text{ft}^3/\text{s}] = 2.956\,[\text{m}^3/\text{s}].$$

Resultado. $Q = 2.956\,D^2\sqrt{H}$, con Q en [m^3/s] y D, H en [m].

1.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución; las resoluciones completas están en el Apéndice E.

Ejercicio propuesto 1.6.1 · peso de un astronauta sobre otro planeta

Adaptado de: 2º final 2014-1, problema 1

Un astronauta de 80 [kg] de masa se eleva en una nave a 150 [km] sobre la superficie de un planeta que tiene el doble de la masa de la Tierra y el triple de su radio. Con $R_T = 6370\,[\text{km}]$ y $g_T = 9.81\,[\text{m/s}^2]$, obtenga:

a) la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta;
b) el peso del astronauta a la altura mencionada.